B	980
C	1010 -> Máx.
D	850
E	625

59. Una empresa tecnológica se plantea la producción y lanzamiento de dos nuevos cables de fibra óptica, el modelo A y el modelo B. El coste de producir 1 m del modelo A es 2 €, mientras que el coste de producir 1 m del modelo B es 0,5 €. Para realizar el lanzamiento comercial se necesitan, al menos, 6000 m de cable, aunque del modelo B no podrá fabricarse más de 5000 m. Y, debido al coste de producción, no es posible fabricar más de 8000 m entre los dos modelos. Además, se desea fabricar una cantidad de metros del modelo B mayor o igual a la de metros del modelo A.

a) Representa la región factible y calcula las coordenadas de sus vértices.

b) Determina el número de metros que deben producirse de cada uno de los dos modelos para minimizar el coste.

Madrid

a) Sean x e y los kilómetros de cable de los modelos A y B, respectivamente.

F. objetivo: minimizar z = 2x + 0,5y

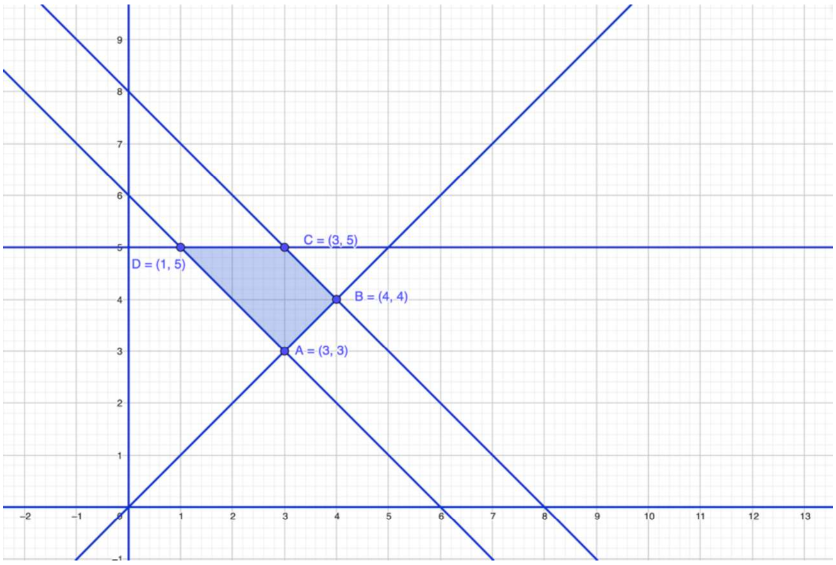
Restricciones:

$$\begin{cases} x + y \geq 6 \rightarrow Lanzamiento\ comercial \\ y \leq 5 \leftarrow Limitaciones\ del\ modelo\ B \\ x + y \leq 8 \leftarrow Coste\ producción \\ y \geq x \rightarrow Relación\ entre\ los\ modelos\ de\ cable \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

Para dibujar la región factible, recurrimos a la tabla siguiente:

Recta	Puntos de corte	P(0, 0)	Conclusión
r_1: x + y = 6	(6, 0) y (0, 6)	$P(0,0): 0 \geq 6$	No
r_2: y = 5	(0, 5)	$P(0,0): 0 \leq 5$	Sí
r_3: x + y = 8	(8, 0) y (0, 8)	$P(0,0): 0 \leq 8$	Sí
r_4: y = x	(0, 0)	$P(1,0): 1 \geq 0$	Sí

Los vértices de la región factible corresponden a los puntos: A(3, 3), B(4, 4), C(3, 5), D(1, 5).



c) Calculamos el valor de la función objetivo (beneficio) en cada uno de los vértices de la región factible:

Vértices	Valor de z
A	7,5
B	10
C	8,5
D	4,5 -> Mínimo

60. Con el objetivo de maximizar beneficios, un obrador cántabro amplía su producción diaria máxima hasta las 400 tartas de queso y las 900 quesadas, con las que elabora dos tipos de lote, A y B. El lote A contiene 4 tartas de queso y 12 quesadas, aportándole al obrador un beneficio neto de 44 €. El lote B contiene 2 tartas de queso y 3 quesadas, y le aporta al obrador un beneficio neto de 16 €.

a) Plantea la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.

b) Dibuja la región factible en el plano, calculando sus vértices.

c) ¿Cuántos lotes de cada tipo debe producir el obrador en un día para que el beneficio obtenido sea máximo?

d) ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

Cantabria

a) Sean x e y el número de packs que produce el obrador cántabro diariamente de los tipos A y B, respectivamente.

F. objetivo: maximizar z = 44x + 16y

Restricciones:

$$\begin{cases} 4x + 2y \leq 400 \rightarrow Producción\ diaria\ de\ tartas\ de\ queso \\ 12x + 3y \leq 900 \leftarrow Quesadas \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

b) r1: 2x + y = 200

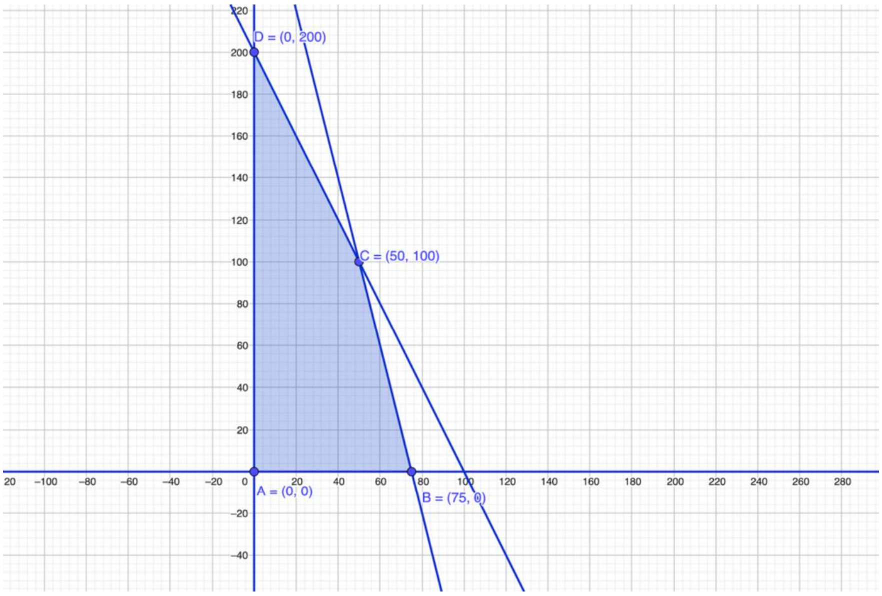
x	y
0	200
100	0

r2: 4x + y = 300

x	y
0	300
75	0

Sea C el vértice de intersección de las rectas 1 y 2. Sus coordenadas son x = 50, y = 100.

Los vértices de la región factible corresponden a los puntos: A(0, 0), B(75, 0), C(50, 100) y D(, 200).



c) Calculamos el valor de la función objetivo en cada uno de los vértices de la región factible:

Vértices	Valor de z
A	0
B	3300
C	3800 -> Máx.

D	3200

d) El beneficio diario máximo que alcanza la producción es de 3800 €.

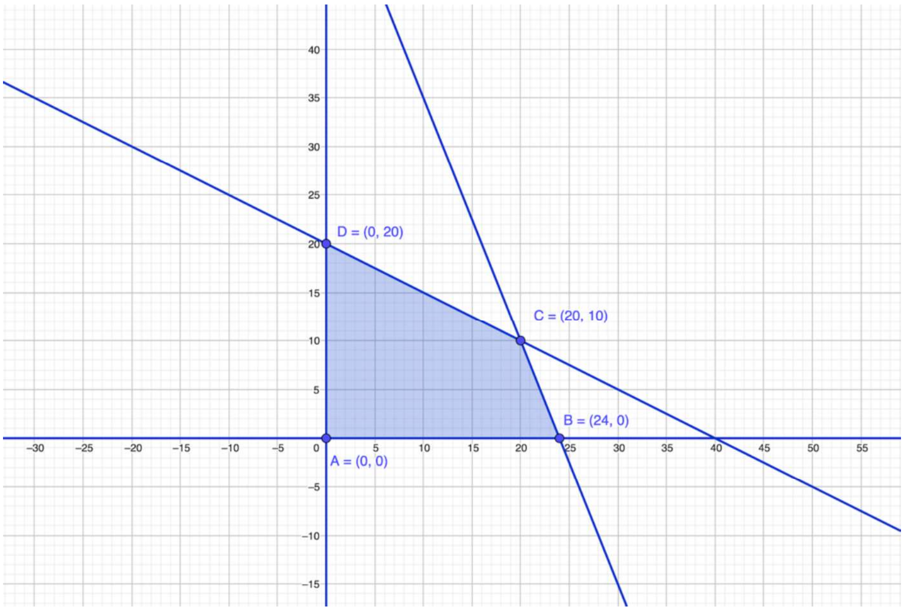
61. Una empresa propone hacer dos tipos de cestas de Navidad para sus trabajadores. Cada cesta del tipo A contendrá 1 jamón, 1 botella de cava y 5 barras de turrón. Por otro lado, cada cesta del tipo B contendrá 2 jamones, 3 botellas de cava y 2 barras de turrón. El encargado del almacén afirma que dispone de 40 jamones, 120 barras de turrón y muchas botellas de cava, y que, por tanto, el cava seguro que no faltará. Se quieren hacer tantas cestas como sea posible.

a) Determina la función objetivo y las restricciones. Dibuja la región factible. ¿Cuántas cestas de cada tipo tendrá que hacer la empresa?

b) Una vez hecho el cálculo, la dirección de la empresa se lo repiensa y dice que es mejor hacer la misma cantidad de cestas de cada tipo. Con esta nueva condición, ¿cuántas cestas de cada tipo se tendrán que hacer?

Cataluña

Si llevamos a cabo una resolución idéntica a la de ejercicios anteriores, hallamos que la región factible de la figura está delimitada por el polígono siguiente:



El máximo corresponde al punto C(20, 10), cuyo valor es 30. Por tanto, se deben hacer 20 cestas del tipo A y 10 del tipo B.

b) Si x = y, entonces:

Función objetivo: maximizar W = 2x

Si planteamos el sistema correspondiente, tenemos que hay que fabricar 13 cestas de cada tipo.

62. En el siguiente problema de programación lineal optimiza la función f (x, y) = 8x + 3y sujeta a las siguientes restricciones:

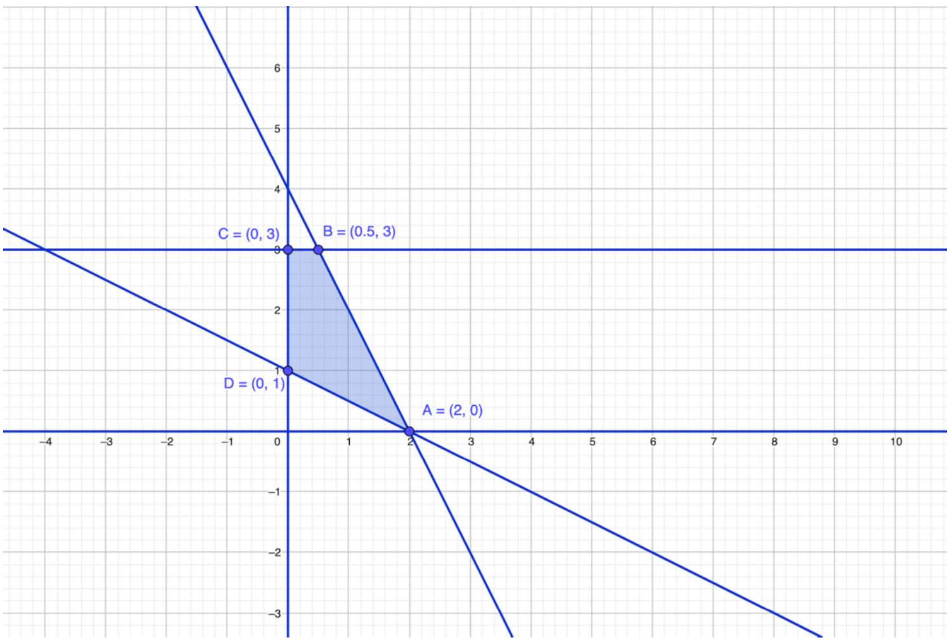
$$\begin{cases} -2x+4 \geq y \\ x+2y \geq 2 \\ y \leq 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

a) Dibuja la región factible y determina sus vértices.

b) Indica los puntos óptimos (máximo y mínimo) y sus respectivos valores.

Castilla-La Mancha

a) Si llevamos a cabo una resolución idéntica a la de ejercicios anteriores, hallamos que la región factible de la figura está delimitada por el polígono siguiente:



b) El máximo se alcanza en el vértice A(2, 0), para un valor de 16; por su parte, el mínimo se alcanza en el punto D(0, 1) y tiene un valor de 3.

63. Fernanda dispone de 10 000 € para invertir. Le han recomendado dos productos que en el último año tuvieron buenos resultados: criptomonedas y fondos de inversión garantizados. Por lo que ha leído en la prensa, espera que la rentabilidad anual de las criptomonedas sea del 30 % y la de los fondos de inversión sea del 5 %. Para que la inversión no sea demasiado arriesgada quiere invertir en fondos tanto o más que en criptomonedas y, además, le aconsejan invertir en criptomonedas un máximo de 3000 € y un mínimo de 1000 €.

a) Plantea un problema de programación lineal que permita determinar cómo debe invertir Fernanda sus ahorros para obtener la máxima rentabilidad.

b) Resuelve el problema y calcula la rentabilidad máxima conseguida con la inversión.

c) Su gestor le dice que, por la coyuntura económica actual, el riesgo de inversión es del 35 % para las criptomonedas y 0 % para los fondos. Si Fernanda quisiera minimizar el riesgo de la inversión, justifica si invertir 1000 € en criptomonedas y 5000 € en fondos es una solución óptima (con las restricciones del enunciado).

Aragón

a) Sean x e y las cantidades, en euros, invertidas en criptomonedas y en fondos de inversión, respectivamente.

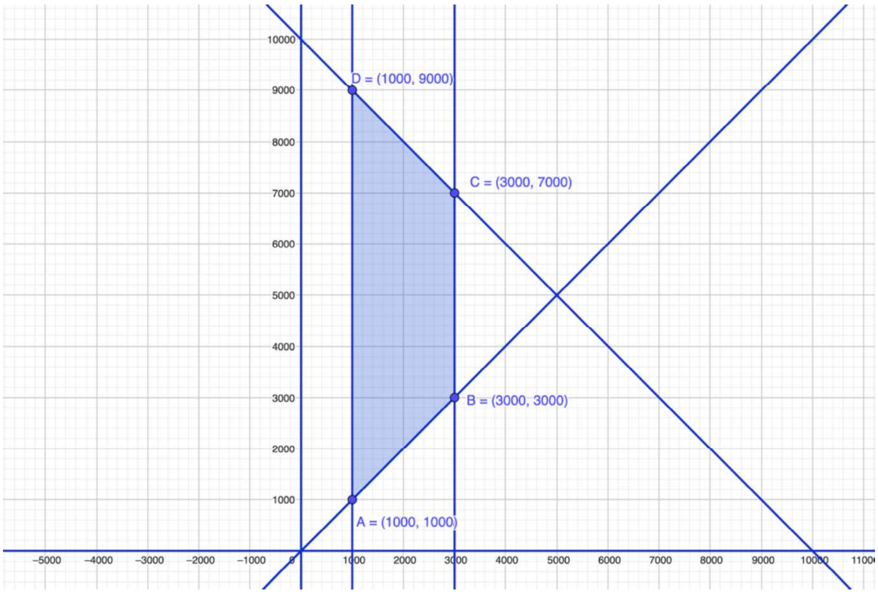
El enunciado da lugar al siguiente problema de programación lineal:

Función objetivo: maximizar z = 0,30x + 0,05y (rentabilidad)

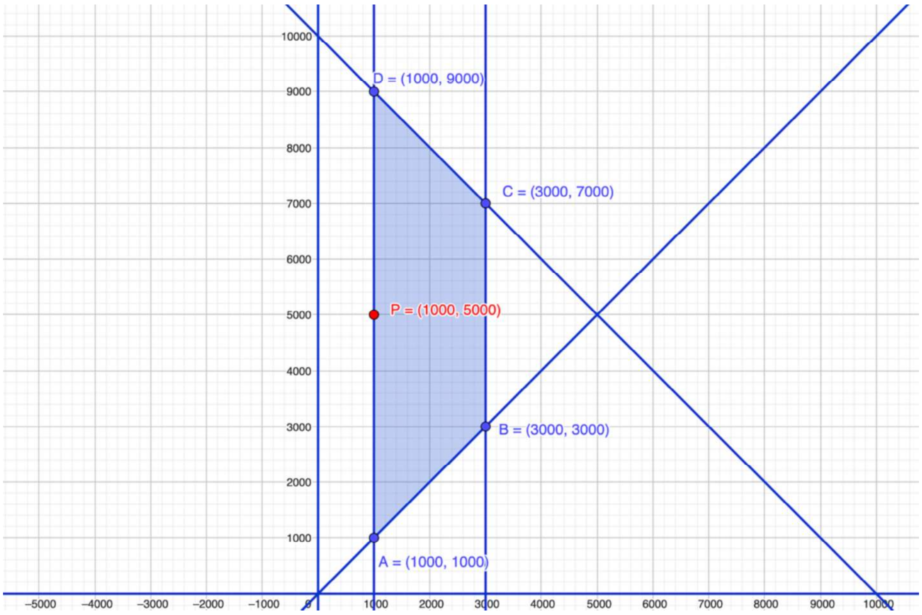
Restricciones:

$$\begin{cases} x + y \leq 10\,000 \rightarrow Disposición\ para\ invertir \\ y \geq x \leftarrow Relación\ entre\ otros\ productos \\ 1000 \leq x \leq 3000 \leftarrow Inversión\ en\ criptomonedas \\ y \geq 0 \end{cases}$$

b) La región factible queda determinada por el polígono siguiente:



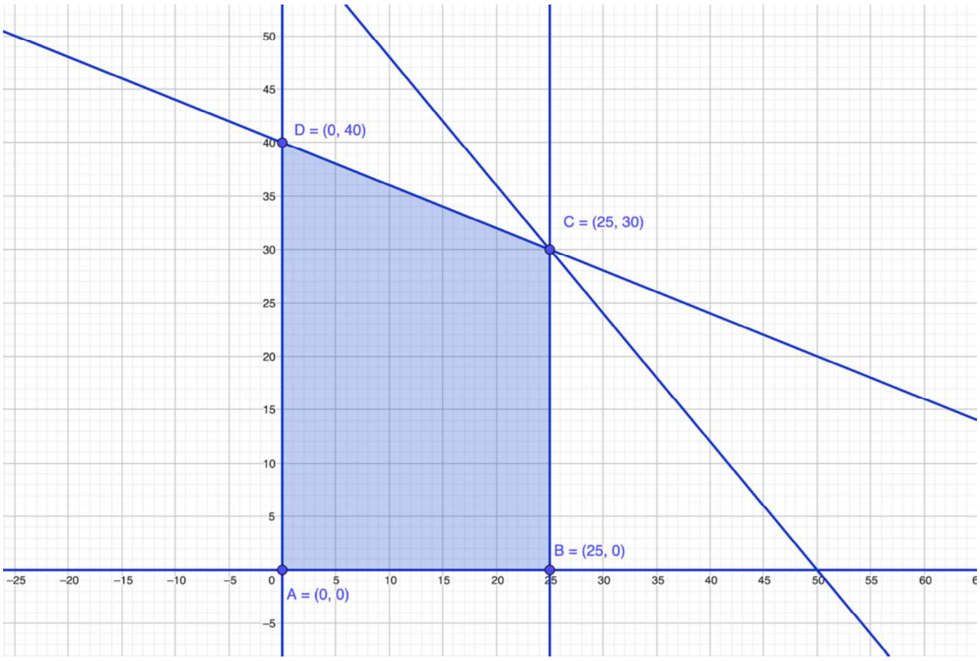
c) En este caso, la solución viene dada por el siguiente polígono:



64. Una empresa de diseño ha comprado dos impresoras 3D para imprimir figuras y fichas para juegos de mesa. La primera impresora puede trabajar hasta 300 horas y necesita 6 horas para imprimir cada figura y 5 horas para cada ficha. La segunda impresora puede trabajar hasta 200 horas y necesita 2 horas para hacer cada figura y 5 horas para cada ficha. El beneficio neto que obtiene la empresa por imprimir cada figura es de 1 €, mientras que el beneficio neto que obtiene por cada ficha es de 1,5 €. Si el número máximo de figuras ha de ser 25, calcula, utilizando técnicas de programación lineal, cuántas figuras y fichas ha de imprimir para obtener el máximo beneficio neto. ¿Cuál es ese beneficio neto máximo?

Castilla y León

a) La región factible queda determinada por el siguiente polígono:



El máximo se obtiene en el punto C(25, 30) y corresponde a un valor de 70 euros.

65. En una fábrica se ensamblan dos tipos de motores: para motos y para coches. Para ensamblar un motor de una moto se emplean 60 minutos de trabajo manual y 20 minutos de trabajo de máquina. Par ensamblar un motor de coche se emplean 45 minutos de trabajo manual y 40 minutos de trabajo de máquina. En un mes, la fábrica dispone de 120 horas de trabajo manual y 90 horas de trabajo de máquina. Se sabe que el beneficio obtenido por cada motor de moto es de 1500 € y por cada motor de coche 2000 €.

a) Plantea el problema que permite determinar cuántos motores de cada tipo hay que ensamblar mensualmente para maximizar los beneficios globales.

b) Representa gráficamente la región factible y calcula sus vértices.

c) Halla las cantidades mensuales que se deben ensamblar de motores de cada tipo para maximizar beneficios y determina cuál es el beneficio máximo.

Galicia

a) Sean x e y el número de motores para moto y coche, respectivamente.

El enunciado da lugar al siguiente problema de programación lineal:

Función objetivo: maximizar z = 1500x + 2000y (rentabilidad)

Restricciones:

$$\begin{cases} 60x + 45y \leq 7200 \\ 20x + 40y \leq 5400 \\ x, y \geq 0; x, y \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

b) La región factible queda determinada por el polígono siguiente:

c) El máximo se obtiene para el punto C(30 120), al que corresponde el valor 285 000 euros.

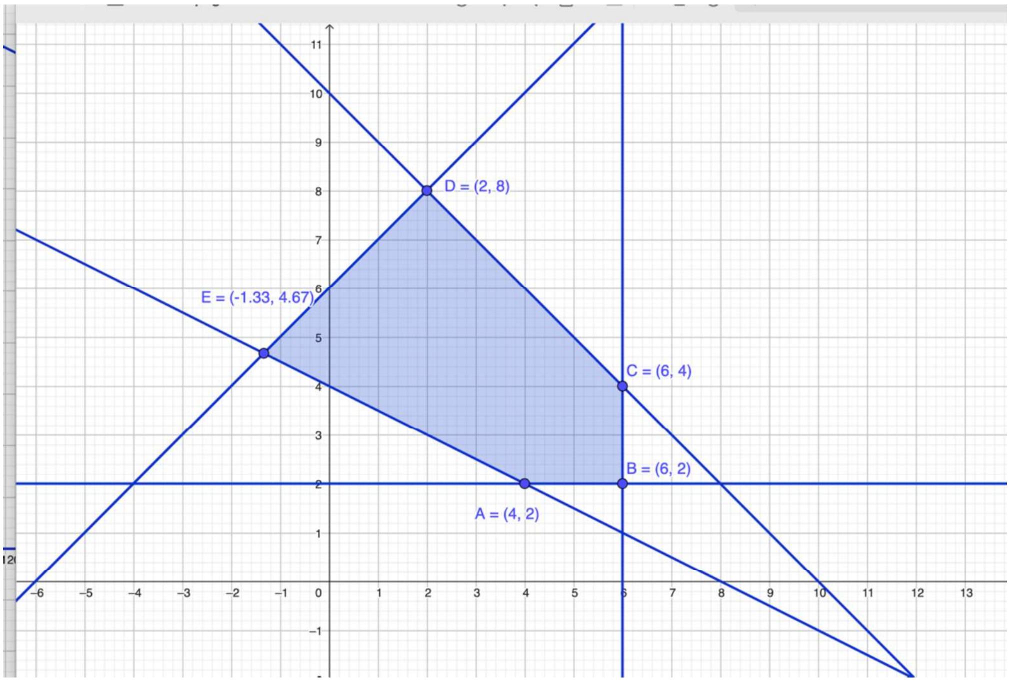
66. Sea S la región del plano delimitado por el sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} x + y \leq 10 \\ x + 2y \geq 8 \\ 2 \leq y \leq x + 6 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

a) Representa la región S y calcula sus vértices.

b) Determina el punto de la región factible donde la función f(x, y) = –x + 2y alcanza su valor mínimo. Calcula dicho valor.

Murcia

a) 

b) El mínimo se obtiene para el punto B(6, 2), y le corresponde el valor -2.

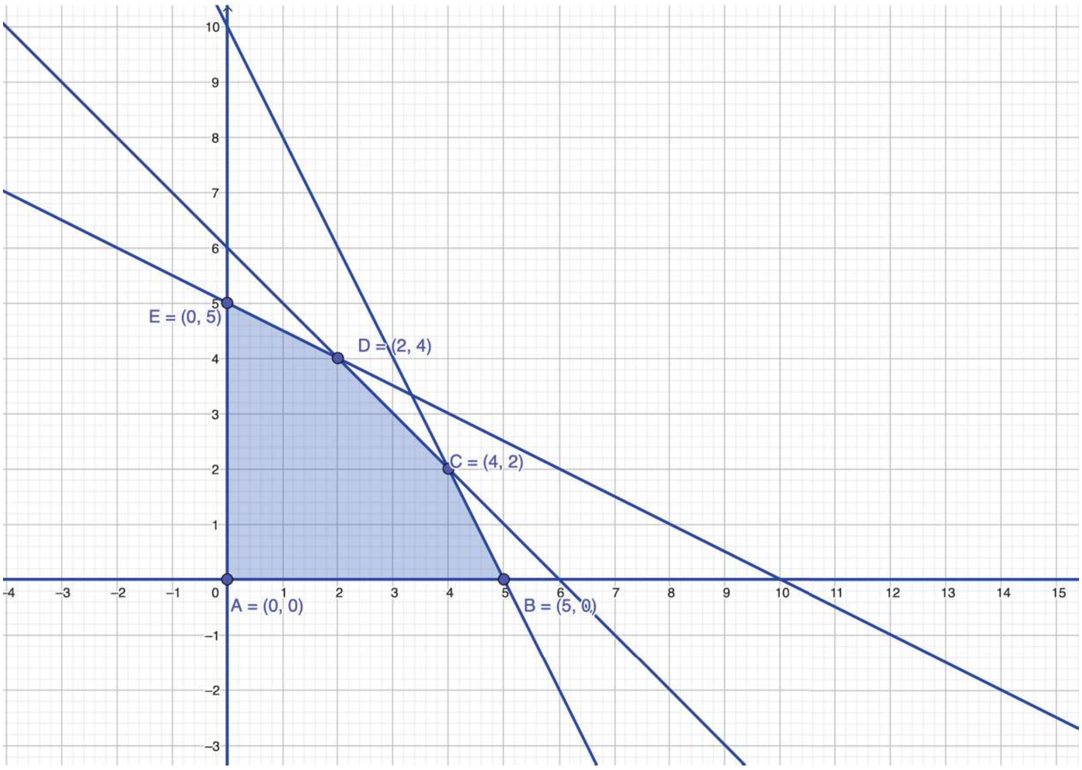
67. Dibuja la región del plano formada por los puntos (x, y) que cumplen:

$$\begin{cases} x+y\leq 6 \\ 2x+y\leq 10 \\ x+2y\leq 10 \\ x\geq 0\ ,\quad y\geq 0 \end{cases}$$

Averigua el valor máximo que alcanza en dicha región la función dada por f(x, y) = 4x + 3y. Si dicho valor máximo se alcanza en algún punto (x_0, y_0), ¿sabrías expresar una función cuyo máximo lo alcance en (x_0, y_0)?

La Rioja

La región factible viene determinada por el siguiente polígono:



El máximo se alcanza en el punto C y le corresponde el valor 22.

68. Por cierre de campaña, un vivero de frutales necesita vender 350 aguacateros y 400 mangos. Anuncia dos ofertas: la oferta A consiste en un lote con 1 planta de aguacate y 2 de mango por 40 €; la oferta B consiste en un lote con 2 plantas de aguacate y 1 de mango por 45 €. Es necesario vender, al menos, 80 lotes de la oferta A y 90 de la oferta B.

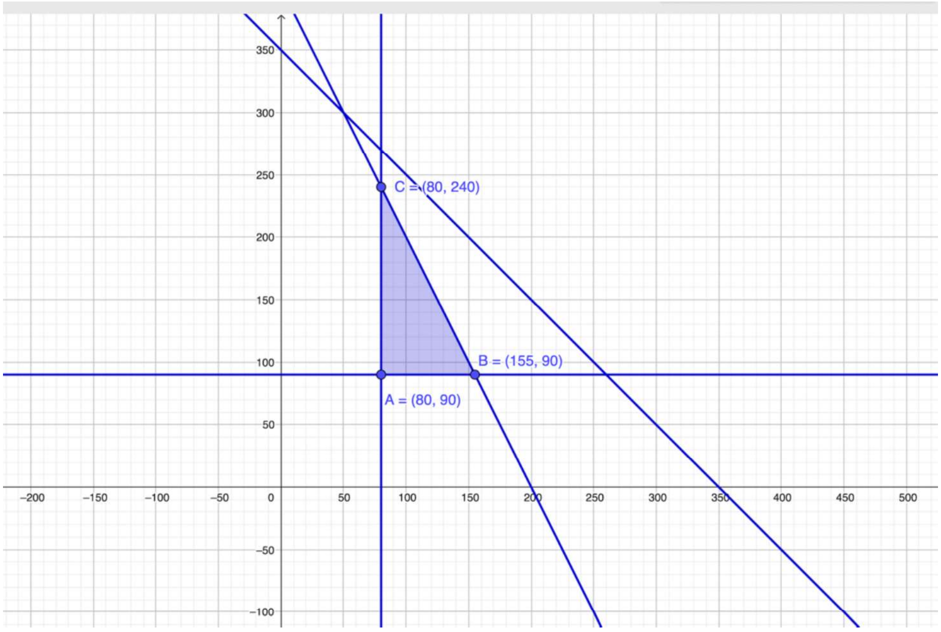
a) Formula el correspondiente problema de programación lineal.

b) Representa la región factible.

c) Para maximizar la recaudación, ¿cuántos lotes se deben vender de cada tipo?

Islas Canarias

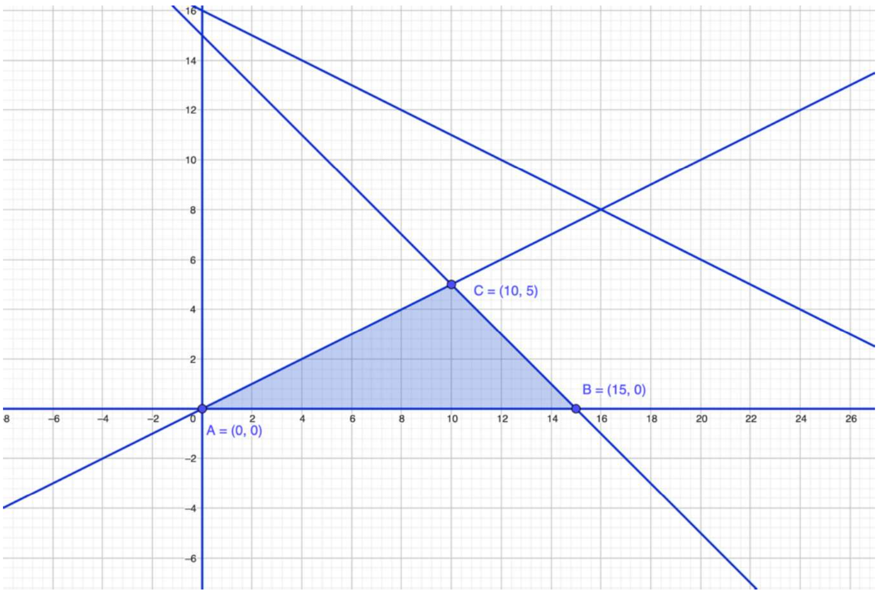
La región factible viene determinada por el siguiente polígono:



El máximo se alcanza en el punto C y le corresponde el valor 14 000.

69. Una tienda de material informático dispone de 96 lapiceros con memoria USB y 15 tabletas digitales, para organizar dos tipos de lotes. Un lote A tendrá 3 lapiceros y 1 tableta; un lote B tendrá 6 lapiceros y 1 tableta. El precio de venta de un lote A es de 70 € y el de un lote B, 160 €. Además, el número de lotes B debe ser, como máximo, la mitad de los lotes A. ¿Cuántos lotes deben prepararse y venderse para obtener unos ingresos máximos? ¿A cuánto ascienden esos ingresos?

Cantabria



El máximo se alcanza en el punto C y le corresponde el valor 1500.

