

SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS

Página 3

1 a) $\frac{f(1)-f(-1)}{1-(-1)} = -2$ b) $\frac{f(2)-f(-1)}{2-(-1)} = -1$

c) $\frac{f(2)-f(0)}{2-0} = 0$ d) $\frac{f(3)-f(1)}{3-1} = 2$

2 a) $\frac{f(3)-f(0)}{3-0} = 3$ b) $\frac{f(2)-f(-1)}{2-(-1)} = 3$

c) $\frac{f(1,5)-f(1)}{1,5-1} = 3$

d) $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{3b-2-(3a-2)}{b-a} = \frac{3b-3a}{b-a} = \frac{3(b-a)}{(b-a)} = 3$

$f(x)$ es creciente. Su gráfica es una recta de pendiente 3. Por eso, la tasa de variación media es 3 en cualquier intervalo.

3 a) $\frac{f(0)-f(-1)}{0-(-1)} = \frac{1-3}{1} = -2$

b) $\frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{3-0}{2} = 1,5$

c) $\frac{f(2)-f(0)}{2-0} = \frac{2-1}{2} = 0,5$

d) $\frac{f(5)-f(3)}{5-3} = \frac{0-3}{2} = -1,5$

4 T.V.M. $[0, 3] = \frac{f(3)-f(0)}{3-0} = \frac{8-1}{3} = \frac{7}{3} > 0 \rightarrow$

\rightarrow Es creciente.

Página 4

5 a) $\frac{f(2)-f(0)}{2-0} = 2 > 0 \rightarrow$ Crece

b) $\frac{g(2)-g(0)}{2-0} = -2 < 0 \rightarrow$ Decrece

c) $\frac{h(2)-h(0)}{2-0} = 4 > 0 \rightarrow$ Crece

d) $\frac{i(2)-i(0)}{2-0} = \frac{-1}{3} < 0 \rightarrow$ Decrece

6 a) $\frac{f(2,01)-f(2)}{0,01} = 4,01$

b) $\frac{f(2,001)-f(2)}{0,001} = 4,001$

c) $\frac{f(2,0001)-f(2)}{0,0001} = 4,0001$

Cuando h es "muy pequeño", la T.V.M. $[2, 2+h]$ se aproxima a 4.

7 a) $\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \frac{1}{2}$

b) Es la longitud del intervalo.

c) Se aproxima a $\frac{1}{2}$ ($f(x)$ corresponde a una recta de pendiente $\frac{1}{2}$).

8 a) $\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = h+2$

b) Se aproxima a 2.

9 a) $\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \frac{-3}{1+h}$

b) Se aproxima a -3.

Página 6

1 $f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 7$

2 $f'(0) = 2; f'(-1) = 4$

3 $f'(1) = -2; f'(2) = \frac{-1}{2}$

4 $f'(-1) = -1$

5 $f'(1) = \frac{4}{3}$

6 $f'(1) = -2$

7 a) T.V.M. $[2, 2+h] = \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = h+4$

b) $\lim_{h \rightarrow 0} (h+4) = 4$

c) Es lo mismo.

8 a) $f'(-1) = 0$ (la recta tangente en $x = -1$ tiene pendiente 0, pues es horizontal).

b) $f'(2) = 0$ (la recta tangente es horizontal, luego tiene pendiente 0).

c) $f'(4)$ es la pendiente de la recta que pasa por $(3, 3)$ y $(4, 0)$:

$$f'(4) = \frac{0-3}{4-3} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$\begin{aligned} \diamond f'(a) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^2 - a^2}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^2 + h^2 + 2ah - a^2}{h} = \frac{h^2 + 2ah}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(h+2a)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (h+2a) = 2a \end{aligned}$$

Página 7

10 a) $f'(x) = 3$

b) $f'(x) = \frac{1}{5}$

c) $f'(x) = \frac{-1}{2}$

d) $f'(x) = 1$

e) $f'(x) = 2x$

f) $f'(x) = 0$

g) $f'(x) = 0$

h) $f'(x) = 4x - 1$

i) $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

j) $f'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$

k) $f'(x) = \frac{-6}{(3x-1)^2}$

Página 8

1 $f'(x) = 2$

2 $f'(x) = \frac{3}{4}$

3 $f'(x) = 0$

4 $f'(x) = \frac{1}{2}$

5 $f'(x) = 3x^2 - 6x$

6 $f'(x) = 3x^4 - \frac{4}{3}$

7 $f'(x) = 0$

Página 9

8 $f'(x) = \frac{4}{3} \left(2x - \frac{4}{3} \right)$

9 $f'(x) = \frac{2x}{5} - \frac{1}{4}$

10 $f'(x) = \frac{1}{7} - \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{x}}$

11 $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

12 $f'(x) = \frac{-6}{x^3}$

13 $f'(x) = \frac{-5}{x^4}$

14 $f'(x) = \frac{4}{3} \sqrt[3]{x}$

15 $f'(x) = \sqrt{3} \cdot x^{-3/2} \rightarrow f'(x) = \frac{-3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^5}} =$
 $= \frac{-3\sqrt{3}}{2\sqrt{x^5}}$

16 $f'(x) = \frac{3}{2} x^{-5/2} \rightarrow f'(x) = \frac{-15}{4\sqrt{x^7}}$

17 $f'(x) = \frac{-2}{x^2} + \frac{1}{2}$

18 $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{3}$

19 $f'(x) = x^{-3/4} \rightarrow f'(x) = \frac{-3}{4\sqrt[4]{x^7}}$

20 $f'(x) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{x^5}} = \sqrt{3} \cdot x^{-5/2} \rightarrow f'(x) = \frac{-5\sqrt{3}}{2\sqrt{x^7}}$

21 $f'(x) = 2x^{-1/2} - 3x^{-2} + x^{-1} \rightarrow$

$$\rightarrow f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{x^3}} + \frac{6}{x^3} - \frac{1}{x^2}$$

22 $f'(x) = 1 - \frac{2}{x^3}$

23 $f'(x) = \frac{2x}{3} + \frac{6}{x^3}$

24 $f'(x) = \frac{x^3}{3} - 4x^{1/2} + 2x^{-3} + x^{2/5} \rightarrow$

$$\rightarrow f'(x) = x^2 - \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{6}{x^4} + \frac{5\sqrt{x^3}}{2}$$

25 $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

Página 10

1 $f'(x) = 3 \cos x + 2 \sin x$

$$3 \quad f'(x) = 4(1 + \operatorname{tg}^2 x) + e^x = 4 + 4 \operatorname{tg}^2 x + e^x$$

$$4 \quad f'(x) = 1 \cdot e^x + x \cdot e^x = e^x + x e^x$$

$$5 \quad f'(x) = 2x \cdot \operatorname{sen} x + (x^2 + 1) \cdot \cos x = \\ = 2x \operatorname{sen} x + x^2 \cos x + \cos x$$

$$6 \quad f'(x) = 2^x \cdot \ln 2 \cdot \operatorname{tg} x + 2^x \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 x)$$

$$7 \quad f'(x) = 2x - \left(\frac{1}{3} \cdot e^x + \frac{x}{3} \cdot e^x \right) = \\ = 2x - \frac{1}{3} \cdot e^x - \frac{x}{3} \cdot e^x$$

$$8 \quad f'(x) = (3x^2 - 2) \cdot \cos x + (x^3 - 2x + 1) \cdot (-\operatorname{sen} x) = \\ = (3x^2 - 2) \cdot \cos x - (x^3 - 2x + 1) \cdot \operatorname{sen} x$$

$$9 \quad f'(x) = 3^x \cdot \ln 3 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$$

$$10 \quad f'(x) = 2^x \cdot \ln 2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{\ln 2}$$

$$11 \quad f'(x) = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x + 2 \cdot \ln x + 2x \cdot \frac{1}{x} = \\ = 2x e^x + x^2 e^x + 2 \ln x + 2$$

Página 11

$$12 \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \operatorname{sen} x + \sqrt{x} \cos x = \\ = \frac{\operatorname{sen} x}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x} \cos x = \frac{\operatorname{sen} x + 2x \cos x}{2\sqrt{x}}$$

$$14 \quad f(x) = \frac{(x+1) \cdot (x-1)}{2(x+1)} = \frac{(x-1)}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}$$

Otra forma:

$$f'(x) = \frac{2x(2x+2) - (x^2-1) \cdot 2}{(2x+2)^2} =$$

$$= \frac{2x^2 + 4x + 2}{(2x+2)^2} = \frac{2(x+1)^2}{4(x+1)^2} = \frac{1}{2}$$

$$15 \quad f'(x) = \frac{-3}{(x-2)^2}$$

$$16 \quad f'(x) = \frac{1 \cdot x - \ln x \cdot 1}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$17 \quad f'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$18 \quad f'(x) = \frac{-2x}{(x^2+1)^2}$$

$$19 \quad f'(x) = \frac{3x^2(x+2) - x^3 \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{2x^3 + 6x^2}{(x+2)^2}$$

$$20 \quad f'(x) = \frac{2(3x+2) - (2x-1) \cdot 3}{(3x+2)^2} = \frac{7}{(3x+2)^2}$$

$$21 \quad f'(x) = \frac{2x(x^2-1) - x^2 \cdot 2x}{(x^2-1)^2} = \frac{-2x}{(x^2-1)^2}$$

$$22 \quad f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(x+2) - \sqrt{x} \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{-x+2}{2\sqrt{x} \cdot (x+2)^2}$$

$$23 \quad f'(x) = \frac{5x^2-1}{2\sqrt{x}}$$

$$24 \quad f'(x) = \frac{4x^2+4}{(1-x^2)^2}$$

$$25 \quad f'(x) = \frac{-2}{(1+x)^2}$$

$$26 \quad f'(x) = 2x \ln x + x$$

$$27 \quad f'(x) = \frac{1 \cdot e^x + x e^x - \frac{1}{x}}{2} = \frac{x e^x + x^2 e^x - 1}{2x}$$

$$28 \quad f'(x) = 3^x \ln 3 \cdot \operatorname{sen} x + 3^x \cos x - \log_2 x - \frac{1}{\ln 2}$$

$$29 \quad f'(x) = \frac{3x \ln x - 3x + 2}{x \ln^2 x}$$

$$30 \quad f'(x) = \frac{-4x^2 - 2x - 16}{(x^2 - 4)^2}$$

Página 12

$$1 \quad f'(x) = 6(x^2+5)^5(2x) = 12x(x^2+5)^5$$

$$2 \quad f'(x) = \cos(x^2-1) \cdot 2x = 2x \cos(x^2-1)$$

$$3 \quad f'(x) = -\operatorname{sen}(\ln x) \cdot \frac{1}{x} = \frac{-1}{x} \operatorname{sen}(\ln x)$$

Página 13

$$4 \quad f'(x) = [1 + \operatorname{tg}^2(2x - 3x^2)] \cdot (2 - 6x)$$

$$5 \quad f'(x) = e^{3x^2+1} \cdot 6x = 6x \cdot e^{3x^2+1}$$

$$6 \quad f'(x) = 2^{4x+1} \cdot \ln 2 \cdot 4 = (4 \cdot \ln 2) \cdot 2^{4x+1}$$

$$7 \quad f'(x) = 2 \cos x (-\operatorname{sen} x) = -2 \cos x \operatorname{sen} x$$

$$8 \quad f'(x) = e^{3x} \cdot 3 = 3 \cdot e^{3x}$$

$$9 \quad f'(x) = \frac{6x}{3x^2-6}$$

$$10 \quad f'(x) = \frac{3x}{3x^2 - 1} = \frac{6x}{3x^2 - 1}$$

$$11 \quad f'(x) = e^{4x+2} \cdot 4 = 4e^{4x+2}$$

$$12 \quad f'(x) = \cos(e^x) \cdot e^x = e^x \cos(e^x)$$

$$13 \quad f'(x) = -\operatorname{sen}\left(\frac{x}{4} + 2\right) \cdot \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \operatorname{sen}\left(\frac{x}{4} + 2\right)$$

$$14 \quad f'(x) = (\cos(3x^2 - 1))^2 \cdot 2(3x^2 - 1) \cdot 6x =$$

$$= 12x(3x^2 - 1) \cos(3x^2 - 1)^2$$

$$15 \quad f'(x) = 2 \operatorname{sen}(3x^2 - 1) \cdot \cos(3x^2 - 1) \cdot 6x =$$

$$= 12x \operatorname{sen}(3x^2 - 1) \cos(3x^2 - 1)$$

$$16 \quad f'(x) = 3^{\cos x} \cdot \ln 3 \cdot (-\operatorname{sen} x) = -\operatorname{sen} x \cdot \ln 3 \cdot 3^{\cos x}$$

$$17 \quad f'(x) = \frac{1}{x+1} \cdot \frac{1 \cdot (x-2) - (x+1) \cdot 1}{(x-2)^2} =$$

$$= \frac{(x-2)}{(x+1)} \cdot \frac{-3}{(x-2)^2} = \frac{-3}{(x+1)(x-2)} =$$

$$= \frac{-3}{x^2 - x - 2}$$

$$18 \quad f'(x) = 2 \left(\frac{x^2 - 1}{x + 2} \right) \cdot \frac{2x(x+2) - (x^2 - 1) \cdot 1}{(x+2)^2} =$$

$$= \frac{2(x^2 - 1)(x^2 + 4x + 1)}{(x+2)^3}$$

$$19 \quad f'(x) = \frac{2x - 4}{2\sqrt{x^2 - 4x}} = \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 - 4x}}$$

$$20 \quad f'(x) = \frac{1 \cdot (x-2)^2 - (x+1) \cdot 2(x-2)}{(x-2)^4} =$$

$$= \frac{(x-2)[1 - 2(x+1)]}{(x-2)^4} = \frac{2x - 1}{(x-2)^3}$$

$$21 \quad f'(x) = \frac{4x^2 - 8x - 5}{(x-1)^2}$$

$$22 \quad f'(x) = \frac{18x^2 + 18x - 8}{(2x+1)^2}$$

$$23 \quad f'(x) = \frac{e^x(x-3)}{(x-1)^3}$$

$$24 \quad f'(x) = \frac{15}{4} \left(\frac{3x-2}{4} \right)^4$$

$$25 \quad f'(x) = \frac{-3x-3}{(x-1)^3}$$

$$26 \quad f'(x) = \frac{-8x}{(3x-2)^3}$$

Página 14

$$1 \quad f'(x) = x^2 - \frac{x}{2}$$

$$2 \quad f'(x) = \frac{5x^4}{3} + \frac{4}{x^3}$$

$$3 \quad f'(x) = \frac{2x-2}{5}$$

$$4 \quad f'(x) = 3e^x + (3x-2)e^x = (3x+1)e^x$$

$$5 \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{6}{x^4}$$

$$6 \quad f'(x) = \frac{-1}{x^2} - \frac{1}{9\sqrt[3]{x^4}} + 4x$$

$$7 \quad f'(x) = \frac{-5}{3\sqrt[3]{x^8}} - \frac{2x}{3}$$

$$8 \quad f'(x) = x^2 - 3x^3 + 2 + \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = 2x - 9x^2 - \frac{1}{x^2}$$

$$9 \quad f'(x) = \frac{-3}{x^3} - \frac{4x}{3}$$

$$10 \quad f'(x) = \frac{-3\sqrt{2}}{2\sqrt{x^5}} - \frac{2x}{3}$$

$$11 \quad f'(x) = \frac{3}{2x}$$

$$12 \quad f'(x) = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$$

$$13 \quad f'(x) = \frac{e^x(x^2-1) - e^x \cdot 2x}{(x^2-1)^2} = \frac{(x^2-2x-1)e^x}{(x^2-1)^2}$$

$$14 \quad f'(x) = \frac{2x(2x+1) - (x^2-1) \cdot 2}{(2x+1)^2} = \frac{2x^2+2x+2}{(2x+1)^2}$$

$$15 \quad f'(x) = 2xe^x + (x^2-1)e^x - \frac{1}{x} =$$

$$= (x^2+2x-1)e^x - \frac{1}{x}$$

$$16 \quad f'(x) = 2^x \cdot \ln 2 - 3(1 + \operatorname{tg}^2 x) =$$

$$= 2^x \cdot \ln 2 - 3 - 3 \operatorname{tg}^2 x$$

$$17 \quad f'(x) = 3x^2 e^x + x^3 e^x + 2x \operatorname{sen} x + x^2 \cos x$$

$$18 \quad f'(x) = \frac{1 \cdot (3x-2) - (x-1) \cdot 3}{(3x-2)^2} = \frac{1}{(3x-2)^2}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{19} f'(x) &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \frac{\text{sen } x - \sqrt{x} \cos x}{\text{sen}^2 x} = \\ &= \frac{\text{sen } x - 2x \cos x}{2\sqrt{x} \text{sen}^2 x} \end{aligned}$$

Página 15

$$\textcircled{20} f'(x) = 4(x^2 - 1)^3 \cdot 2x = 8x(x^2 - 1)^3$$

$$\textcircled{21} f'(x) = 3 \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^2 \cdot \frac{3}{(x+2)^2} = \frac{9(x-1)^2}{(x+2)^4}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{22} f'(x) &= \frac{2(x+1)^2 - (2x-1) \cdot 2(x+1)}{(x+1)^4} = \\ &= \frac{(x+1) \cdot (2x+2-4x+2)}{(x+1)^4} = \frac{-2x+4}{(x+1)^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{23} f'(x) &= \frac{(x-1)^3 - (x+1) \cdot 3(x-1)^2}{(x-1)^6} = \\ &= \frac{(x-1)^2(x-1-3x-3)}{(x-1)^6} = \frac{-2x-4}{(x-1)^4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{24} f'(x) &= \frac{1}{\frac{x-1}{x+4}} \cdot \frac{5}{(x+4)^2} = \frac{(x+4)}{(x-1)} \cdot \frac{5}{(x+4)^2} = \\ &= \frac{5}{(x-1)(x+4)} = \frac{5}{x^2+3x-4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{25} f'(x) &= 2 \cos(3x-2) \cdot (-\text{sen}(3x-2)) \cdot 3 = \\ &= -6 \cos(3x-2) \text{sen}(3x-2) \end{aligned}$$

$$\textcircled{26} f'(x) = \frac{\cos x}{2\sqrt{\text{sen } x}}$$

$$\textcircled{27} f'(x) = \frac{2x \cos x^2}{\text{sen } x^2}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{28} f'(x) &= e^{4x-1} \cdot 4 \text{sen}(3x^2) + e^{4x-1} \cdot \cos(3x^2) \cdot 6x = \\ &= 4e^{4x-1} \text{sen}(3x^2) + 6xe^{4x-1} \cos(3x^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{29} f'(x) &= 2^{4x^2-1} \cdot \ln 2 \cdot 8x \cdot \ln(8x) + 2^{4x^2-1} \cdot \frac{8}{8x} = \\ &= 2^{4x^2-1} \cdot \ln 2 \cdot 8x \cdot \ln(8x) + \frac{2^{4x^2-1}}{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{30} f'(x) &= \frac{2(2x+3) \cdot 2(1-x) - (2x+3)^2 \cdot (-1)}{(1-x)^2} = \\ &= \frac{(2x+3)(-2x+7)}{(1-x)^2} = \frac{-4x^2+8x+21}{(1-x)^2} \end{aligned}$$

$$\textcircled{31} f'(x) = \left[1 + \text{tg}^2 \left(\frac{2}{x-3} \right) \right] \cdot \frac{-2}{(x-3)^2}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{32} f'(x) &= \frac{e^{5x+1} \cdot 5 \cdot (x+2) - e^{5x+1} \cdot 1}{(x+2)^2} = \\ &= \frac{e^{5x+1}(5x+9)}{(x+2)^2} \end{aligned}$$

$$\textcircled{33} f'(x) = \frac{2 \ln x \cdot \frac{1}{x} \cdot x - \ln^2 x \cdot 1}{x^2} = \frac{2 \ln x - \ln^2 x}{x^2}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{34} f'(x) &= \frac{(e^x + x e^x)(x+2) - x e^x}{(x+2)^2} = \\ &= \frac{(x^2 + 2x + 2) e^x}{(x+2)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{35} f'(x) &= \frac{\frac{1}{2\sqrt{x-1}} \cdot (3x+4) - \sqrt{x-1} \cdot 3}{(3x+4)^2} = \\ &= \frac{-3x+2}{2\sqrt{x-1}(3x+4)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{36} f'(x) &= \frac{1}{2\sqrt{\frac{3x+1}{x+2}}} \cdot \frac{3(x+2) - (3x+1) \cdot 1}{(x+2)^2} = \\ &= \frac{\sqrt{x+2}}{2\sqrt{3x+1}} \cdot \frac{5}{(x+2)^2} \end{aligned}$$

$$\textcircled{37} f'(x) = \frac{(x-2) \cos x - \text{sen } x}{(x-2)^2}$$

$$\textcircled{38} f'(x) = \frac{11}{6x^2+5x-4}$$

$$\textcircled{39} f'(x) = \frac{-x-3}{2\sqrt{x+2} \cdot (x+1)^2}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{40} f'(x) &= \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(x^2-1) + \sqrt{x} \cdot 2x}{5} = \\ &= \frac{x^2-1+4x^2}{10\sqrt{x}} = \frac{5x^2-1}{10\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Página 16

$$\begin{aligned} \textcircled{1} f'(x) &= \frac{-x^2+4x-10}{(x-2)^2}, f'(1) = \frac{-15}{9}; \\ f'(3) &= -7; f'(5) = \frac{-15}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} f'(x) &= \frac{4}{3} \left(\frac{x}{3} + 1 \right)^3, f'(-4) = \frac{-4}{81}; f'(-3) = 0; \\ f'(0) &= \frac{4}{3}; f'(1) = \frac{256}{81} \end{aligned}$$

$$\diamond 3 \quad f'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad f'(-2) \approx 3,63; \quad f'(0) = 0; \\ f'(3) = 10,02$$

Página 17

$$\diamond 4 \quad f'(x) = \frac{1}{2x}; \quad f'(1) = \frac{1}{2}; \quad f'(2) = \frac{1}{4}; \\ f'(3) = \frac{1}{6}; \quad f'(4) = \frac{1}{8}$$

$$\diamond 5 \quad f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Crece en } x = \frac{\pi}{4}.$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}. \text{ Crece en } x = \frac{\pi}{3}.$$

$$f'(\pi) = -1. \text{ Decrece en } x = \pi.$$

$$\diamond 6 \quad \text{a) } f'(x) = e^{2x+1}(1+2x); \quad f'(-2) = -3e^{-3} \approx \\ \approx -0,15; \quad f'\left(\frac{-1}{2}\right) = 0; \quad f'(1) = 3e^3 \approx 60,26$$

b) Decreciente en $x = -2$; Creciente en $x = 1$.

$$\text{En } x = \frac{-1}{2} \text{ no crece ni decrece.}$$

$$\diamond 7 \quad f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$f'(-2) = \frac{-2}{\sqrt{5}}. \text{ Decrece en } x = -2.$$

$$f'(0) = 0. \text{ No crece ni decrece en } x = 0.$$

$$f'(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}. \text{ Crece en } x = 1.$$

$$\diamond 8 \quad f'(x) = \frac{-1}{2(x+2)\sqrt{x+2}}$$

$$\text{En } x = 2, \quad m = f'(2) = -1/16.$$

$$\text{En } x = 7, \quad m = f'(7) = -1/54.$$

$$\text{En } x = -1, \quad m = f'(-1) = -1/6.$$

$$\diamond 9 \quad f'(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+2}$$

$$f'(4) = 5/6 \quad f'(-3) = 5/6 \quad f'(6) = 5/24$$

Página 18

$$\diamond 1 \quad f'(x) = 6x^2 - 6x$$

$$\text{En } x = -1, \quad f'(-1) = -4 \text{ y } f'(-1) = 12.$$

$$\text{Ecuación: } y = -4 + 12(x+1)$$

$$\text{En } x = 0, \quad f'(0) = 1 \text{ y } f'(0) = 0.$$

$$\text{Ecuación: } y = 1$$

$$\text{En } x = 2, \quad f'(2) = 5 \text{ y } f'(2) = 12.$$

$$\text{Ecuación: } y = 5 + 12(x-2)$$

$$\diamond 2 \quad f'(x) = \frac{6x^2 + 6x + 2}{(2x+1)^2}$$

$$\text{En } x = -2: \quad y = \frac{-11}{3} + \frac{14}{9}(x+2)$$

$$\text{En } x = 0: \quad y = -1 + 2x$$

$$\text{En } x = 1: \quad y = \frac{2}{3} + \frac{14}{9}(x-1)$$

$$\diamond 3 \quad f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$$

$$\text{En } x = -1: \quad y = 2 - \frac{1}{2}(x+1)$$

$$\text{En } x = 0: \quad y = \sqrt{3}$$

$$\text{En } x = 3: \quad y = 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}(x-3)$$

$$\diamond 4 \quad f'(x) = \text{sen } x$$

$$\text{En } x = \frac{\pi}{3}: \quad y = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\text{En } x = \frac{\pi}{2}: \quad y = 1 + \left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{En } x = \pi: \quad y = 2$$

Página 19

$$\diamond 5 \quad f'(x) = \frac{1}{x-1}$$

$$\text{En } x = z, \quad f(2) = 0 \text{ y } f'(2) = 1.$$

$$\text{Ecuación: } y = x - 2$$

$$\diamond 6 \quad \text{a) } y = x$$

$$\text{b) } y = x$$

$$\text{c) } y = x$$

$$\diamond 7 \quad \text{Puntos de corte con } OX: (0, 0), (-2, 0) \text{ y } (2, 0)$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4$$

$$f'(0) = -4 \quad \text{Ecuación: } y = -4x$$

$$f'(-2) = 8 \quad \text{Ecuación: } y = 8(x+2)$$

$$f'(2) = 8 \quad \text{Ecuación: } y = 8(x-2)$$

$$\diamond 8 \quad \text{Corte con } OY: (0, -7); \quad f'(x) = x^2 - 5x + 3;$$

$$f'(0) = 3. \quad \text{Ecuación } y = -7 + 3x$$

$$\diamond 9 \quad \text{a) } y = \frac{5}{2} + \frac{3}{5}\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{b) } y = 1$$

$$\text{c) } y = 1$$

$$\text{d) } y = 2\sqrt{2}(x - \sqrt{2})$$

e) $y = 1 + (x - 1) \rightarrow y = x$

f) $y = \frac{1}{2} - \frac{1}{16}(x - 2)$

Página 20

1 $f'(x) = x^2 - 5x - 3 = 3$
 $x = 6; f(6) = -36; P(6, -36)$
 $x = -1; f(-1) = 1/6; Q(-1, 1/6)$

2 $f'(x) = 3x^2 - 7 = 5$
 $x = 2; f(2) = -6; P(2, -6)$
 $x = -2; f(-2) = 6; Q(-2, 6)$

3 $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2}$
 $x = 0; f(0) = -1; P(0, -1)$
 $x = 2; f(2) = 5; Q(2, 5)$

4 $P(0, 0), Q(2, 8)$

Página 21

5 $f'(x) = \frac{1}{2}x^3 - 4 = -8$
 $x = -2; f'(-2) = 10; P(-2, 10)$

6 $P(-3, 1), Q(7, 3)$

7 $f'(x) = 9x^2 = \frac{9}{4}$
 $x = \frac{1}{2}; f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-29}{8}; r_1: y = \frac{-29}{8} + \frac{9}{4}\left(x - \frac{1}{2}\right)$
 $x = \frac{-1}{2}; f\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{-35}{8}; r_2: y = \frac{-35}{8} + \frac{9}{4}\left(x + \frac{1}{2}\right)$

8 $f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2} = 0$
 $x = 1; f(1) = -3; r_1: y = -3$
 $x = 3; f(3) = 1; r_2: y = 1$

9 $f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2} = 1 \rightarrow$ No tiene solución.

Página 22

1 a) $f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$
 $x = 0; f(0) = 4; P(0, 4)$
 $x = 2; f(2) = 0; Q(2, 0)$

b) $f'(x) = -12x^3 + 12x^2 = 0$
 $x = 0; f(0) = 0; P(0, 0)$
 $x = 1; f(1) = 1; Q(1, 1)$

2 a) $P(0, 0); Q\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{27}\right)$

b) $P(-1, 1); Q\left(\frac{1}{3}, \frac{-5}{27}\right)$

3 a) $P(1, -1)$

b) $P(0, 1); Q\left(\frac{4}{3}, \frac{-5}{27}\right)$

4 a) $P(0, 1), Q(2, -15), R(-2, -15)$

b) $P(2, 0)$

5 a) $3x^2 + 2 = 0$; No tiene solución.

b) $x^2 + 2x + 4 = 0$; No tiene solución.

Página 23

6 a) $P(0, -1)$

b) $P(\sqrt{2}, 2\sqrt{2}), Q(-\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$

7 a) $f'(x) = 0 \rightarrow 8x^2 + 2 = 0$.
 No tiene puntos singulares.

b) $P(-1, -2), Q\left(\frac{-7}{3}, -42\right)$

8 a) $P(0, 0), Q\left(-2, \frac{-8}{3}\right)$

b) No tiene puntos singulares.

9 a) $P\left(\frac{\pi}{2}, 1\right), Q\left(\frac{3\pi}{2}, -1\right)$

b) $P(0, 1), Q(\pi, -1)$

10 a) $P(0, 2)$

b) $\left(\frac{-1}{2}, \frac{-1}{2e}\right)$

11 a) $P(0, 0)$

b) $\left(e, \frac{1}{e}\right)$

12 a) $P(2, 2)$

b) $P(1, 1)$

13 a) $P(0, 0), Q\left(2, \frac{4}{e^2}\right)$

b) $P\left(1, \frac{1}{e}\right)$

Página 24

1 a) $\frac{y' > 0}{\uparrow} \quad \frac{y' < 0}{\downarrow} \quad \frac{y' > 0}{\uparrow}$

Intervalo de crecimiento: $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$
 Intervalo de decrecimiento: $(0, 2)$
 Máximo: $(0, 4)$. Mínimo: $(2, 0)$

b) $\frac{y' > 0}{\uparrow} \quad \frac{y' > 0}{\uparrow} \quad \frac{y' < 0}{\downarrow}$

Crecimiento: $(-\infty, 1)$. Decrecimiento: $(1, +\infty)$
 Máximo: $(1, 1)$

2 a) $\frac{y' < 0}{\downarrow} \quad \frac{y' > 0}{\uparrow} \quad \frac{y' < 0}{\downarrow}$

Crecimiento: $(0, 2/3)$
 Decrecimiento: $(-\infty, 0) \cup (2/3, +\infty)$
 Mínimo: $(0, 0)$. Máximo: $(2/3, 4/27)$

b) $\frac{y' > 0}{\uparrow} \quad \frac{y' < 0}{\downarrow} \quad \frac{y' > 0}{\uparrow}$

Crecimiento: $(-\infty, -1) \cup (1/3, +\infty)$
 Decrecimiento: $(-1, 1/3)$
 Máximo: $(-1, 1)$. Mínimo: $(1/3, -5/27)$

3 a) $\frac{y' < 0}{\downarrow} \quad \frac{y' > 0}{\uparrow} \quad \frac{y' < 0}{\downarrow} \quad \frac{y' > 0}{\uparrow}$

Crecimiento: $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$
 Decrecimiento: $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$
 Máximo: $(0, 1)$. Mínimo: $(2, -15)$ y $(-2, -15)$

b) $\frac{y' > 0}{\uparrow} \quad \frac{y' > 0}{\uparrow}$

Creciente en \mathbb{R} . No tiene máximos ni mínimos.

4 a) $\frac{y' > 0}{\uparrow}$

Creciente. No tiene máximos ni mínimos.

b) $\frac{y' > 0}{\uparrow}$

Creciente. No tiene máximos ni mínimos.

Página 25

5 a) $\frac{y' > 0}{\uparrow} \quad \frac{y' < 0}{\downarrow}$

Crecimiento: $(-\infty, 0)$. Decrecimiento: $(0, +\infty)$
 Máximo: $(0, 1)$

b) $\frac{y' < 0}{\downarrow} \quad \frac{y' > 0}{\uparrow} \quad \frac{y' < 0}{\downarrow}$

Crecimiento: $(-1, 1)$
 Decrecimiento: $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
 Mínimo: $(-1, -1/2)$. Máximo: $(1, 1/2)$

6 a) $\frac{y' > 0}{\uparrow}$

Creciente. No tiene máximos ni mínimos.

b) $\frac{y' < 0}{\downarrow}$

Decreciente. No tiene máximos ni mínimos.

7 a) $\frac{y' < 0}{\downarrow} \quad \frac{y' > 0}{\uparrow}$

Crecimiento: $(0, +\infty)$
 Decrecimiento: $(-\infty, 0)$. Mínimo: $(0, -1)$

b) $\frac{y' < 0}{\downarrow}$

Decreciente. No tiene máximos ni mínimos.

8 a) $\frac{y' > 0}{\uparrow} \quad \frac{y' < 0}{\downarrow}$

Crecimiento: $(-\infty, 0)$. Decrecimiento: $(0, +\infty)$
 No tiene puntos singulares.

b) $\frac{y' > 0}{\uparrow} \quad \frac{y' < 0}{\downarrow}$

Crecimiento: $(-\infty, 0)$
 Decrecimiento: $(0, +\infty)$. Máximo: $(0, -2)$

9 a) $\frac{y' > 0}{\uparrow}$

Creciente. No tiene puntos singulares.

b) $\frac{y' > 0}{\uparrow} \quad \frac{y' < 0}{\downarrow} \quad \frac{y' > 0}{\uparrow}$

Crecimiento: $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$
 Decrecimiento: $(0, 2)$
 Máximo: $(0, 0)$. Mínimo: $(2, 8)$

10 a) $\frac{y' > 0}{\uparrow}$

Creciente. No tiene puntos singulares.

b) $\frac{y' < 0}{\downarrow} \quad \frac{y' > 0}{\uparrow}$

Crecimiento: $(0, +\infty)$
 Decrecimiento: $(-\infty, 0)$. Mínimo: $(0, 1)$

Página 26

1 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x - 4$

2 $f(x) = \frac{2}{9}x^2 + \frac{2}{3}x$

3 $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x$

4 $f(1) = \frac{9}{2}, f'(1) = \frac{3}{2}$

Página 27

5 $P(1, 5), Q(1, 3)$

6 a) $P(1, 0)$

b) $y = 2(x - 1)$

7 a) $x = -2$, porque $f'(-2) = 0$.

b) Crecimiento: $(-2, +\infty)$ (donde $f'(x) > 0$)

Decrecimiento: $(-\infty, -2)$ (donde $f'(x) < 0$)

c) Es un mínimo porque la curva decrece a la izquierda de $x = -2$ y crece a la derecha.

8 a) No, porque $f'(x) \neq 0$ para cualquier valor de x .

b) Es decreciente, porque $f'(x) = -2 < 0$ para todo x .

9 a) $y' < 0$ $y' > 0$
 $0 \quad \frac{\pi}{2} \quad \pi$

Crecimiento: $(\pi/2, \pi)$

Decrecimiento: $(0, \pi/2)$. Mínimo: $(\pi/2, 0)$

b) $y' > 0$ $y' < 0$
 $0 \quad \frac{\pi}{2} \quad \pi$

Decrecimiento: $(0, \pi)$

c) $y' > 0$

Creciente. No tiene puntos singulares.

10 a) $y' > 0$ $y' < 0$
 1

Crecimiento: $(-\infty, 1)$

Decrecimiento: $(1, +\infty)$. Máximo: $(1, 1/e)$

b) $y' < 0$ $y' > 0$
 1

Crecimiento: $(1, +\infty)$

Decrecimiento: $(-\infty, 1)$. Mínimo: $(1, e/2)$

c) $y' < 0$ $y' > 0$
 0

Crecimiento: $(0, +\infty)$

Decrecimiento: $(-\infty, 0)$. Mínimo: $(0, 0)$

d) $y' > 0$ $y' < 0$
 0

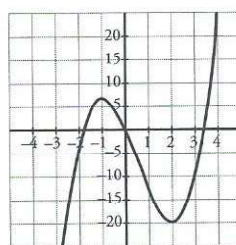
Crecimiento: $(-\infty, 0)$

Decrecimiento: $(0, +\infty)$. Máximo: $(0, 1)$

Página 29

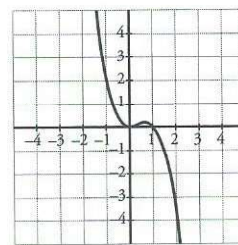
1 a) Máximo $(-1, 7)$

Mínimo: $(2, -20)$



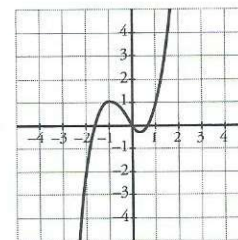
b) Máximo $(2/3, 4/27)$

Mínimo: $(0, 0)$



c) Máximo $(-1, 1)$

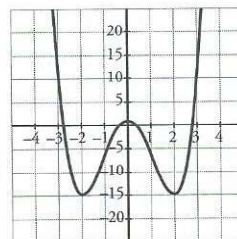
Mínimo: $(1/3, -5/27)$



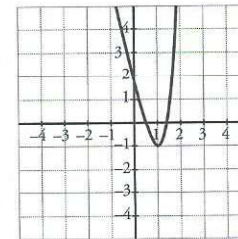
2 a) Máximo: $(0, 1)$,

Mínimos: $(2, -15)$ y

$(-2, -15)$

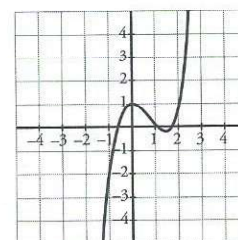


b) Mínimo: $(1, -1)$

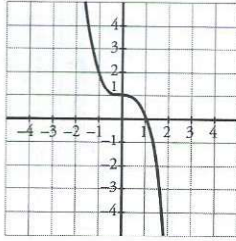


c) Máximo: $(0, 1)$

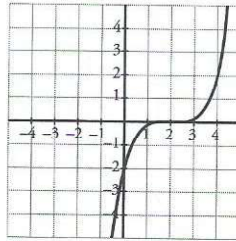
Mínimo: $(4/3, -197/27)$



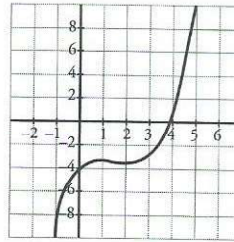
3 a) Punto singular:
(1, 0)



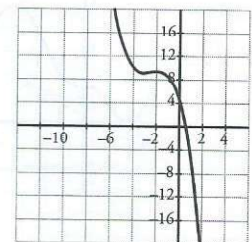
b) Punto singular:
(2, 0)



8 a) Máximo: (1, -19/6)
Mínimo: (2, -10/3)

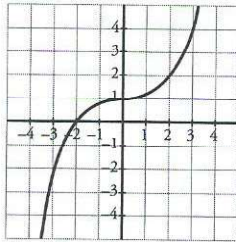


b) Máximo: (-2, 29/3)
Mínimo: (-3, 19/2)

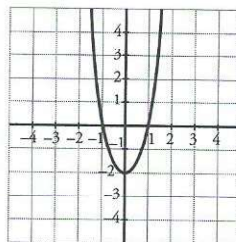


Página 30

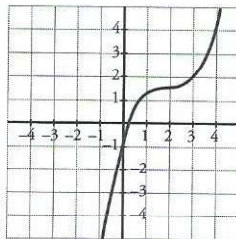
4 a) Punto singular:
(0, 1)



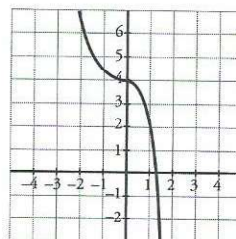
b) Mínimo:
(0, -2)



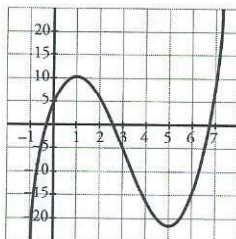
5 a) Punto de inflexión:
(2, 5/3)



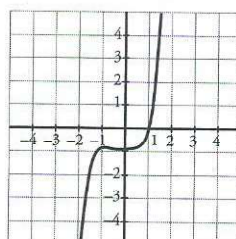
b) Punto de inflexión:
(-1/3, 109/27)



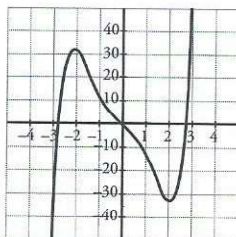
6 a) Máximo: (1, 10)
Mínimo: (5, -22)



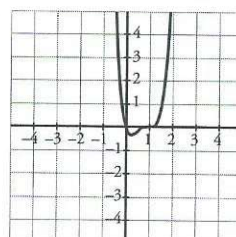
b) Máximo: (-1, -4/5)
Mínimo: (0, -9/10)



7 a) Máximo: (-2, 31)
Mínimo: (2, -33)

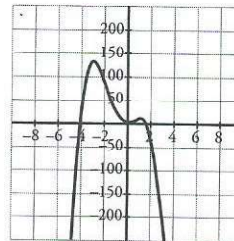


b) Puntos singulares:
(1, 0) y (1/4, -27/64)

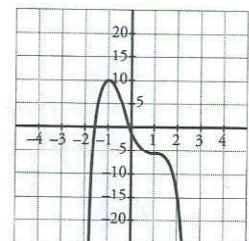


Página 31

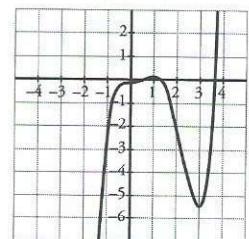
9 a) Máximos: (1, 9) y
(-3, 137)
Mínimo: (0, 2)



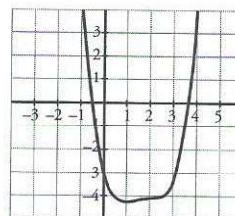
b) Puntos singulares:
(1, -6) y (-1, 10)



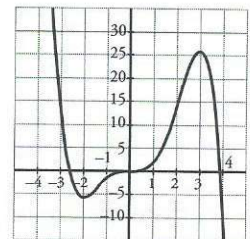
c) Puntos singulares:
(0, -1/10), (1, 1/10)
y (3, -11/2)



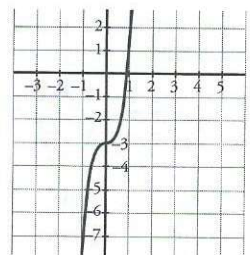
10 a) Puntos singulares:
(1, -53/12) y
(2, -13/3)



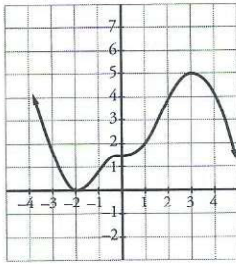
b) Puntos singulares:
(-2, -28/5), (0, 0) y
(3, 513/20)



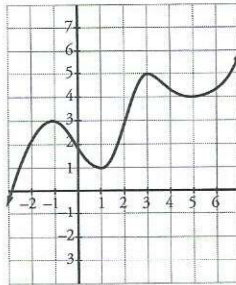
c) Punto singular:
(0, -3)



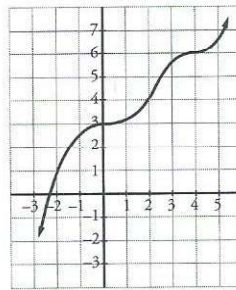
11



12

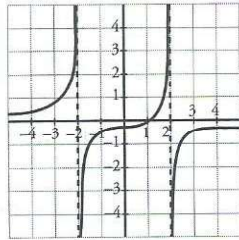
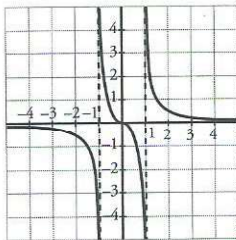


13

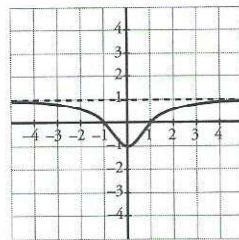
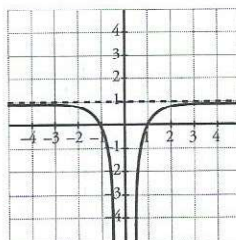


Página 33

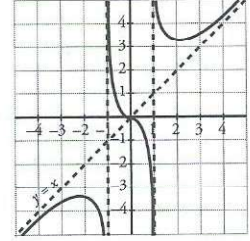
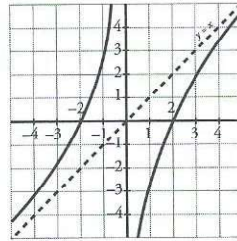
- 1 a) No tiene puntos singulares. b) No tiene puntos singulares.



- 2 a) No tiene puntos singulares. b) Mínimo: (0, -1)

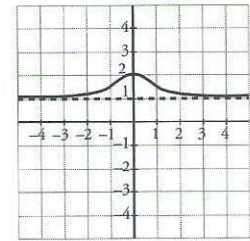
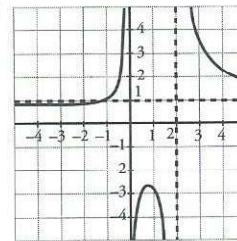


- 3 a) No tiene puntos singulares. b) Máximo: (-2,1; -3,3)
Mínimo: (2,1; 3,3)

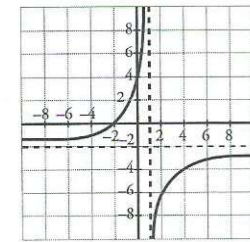


Página 34

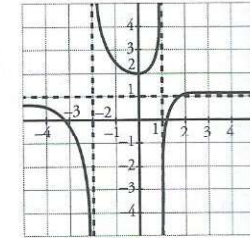
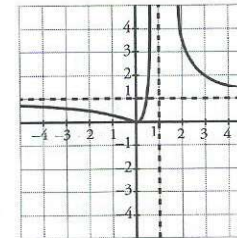
- 4 a) As.: $x=0, x=2, y=1$ Máximo: (0,7; -2,7)
Mínimo: (-2,7; 0,7) b) Asíntota: $y=1$
Máximo: (0, 2)



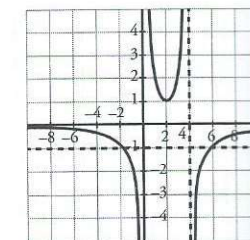
- c) Asíntotas: $x=1; y=-2$
No tiene máximos ni mínimos.



- 5 a) Asíntotas: $x=1, y=1$ Mínimo: (0, 0) b) As.: $x=-2, x=1, y=1$
Máximo: (4, 10/9)
Mínimo: (0, 2)

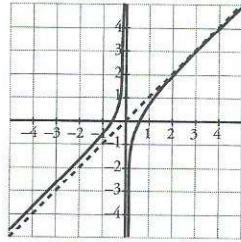
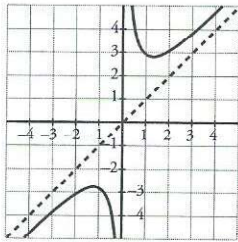


- c) As.: $x=0, x=4, y=-1$
Mínimo: (2, 1)

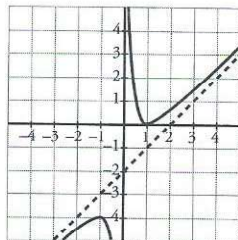
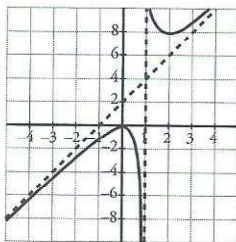


Página 35

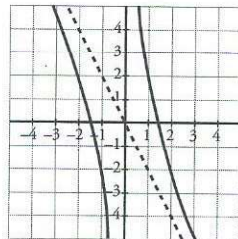
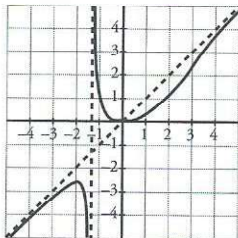
- 6 a) Asíntotas: $x = 0, y = x$
 Máximo: $(-\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$
 Mínimo: $(\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$
- b) Asínt.: $x = 0, y = 2x$
 No tiene puntos singulares.



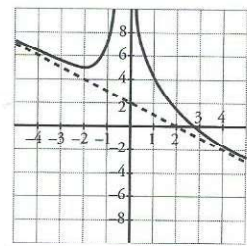
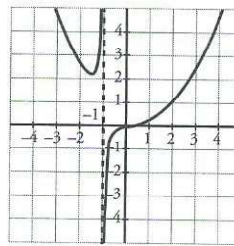
- 7 a) As.: $x = 1, y = 2x + 2$
 Máximo: $(0, 0)$
 Mínimo: $(2, 8)$
- b) As.: $x = 0, y = x - 2$
 Máximo: $(-1, -4)$
 Mínimo: $(1, 0)$



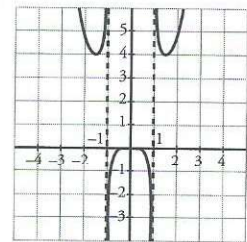
- 8 a) Asíntotas:
 $x = \sqrt[3]{-2} \approx -1,3; y = x$
 Máximo: $(-2, -8/3)$
 Mínimo: $(0, 0)$
- b) Asíntotas:
 $x = 0, y = -2x$
 No tiene puntos singulares.



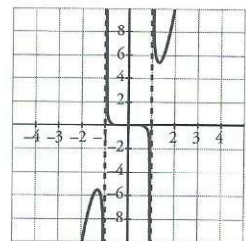
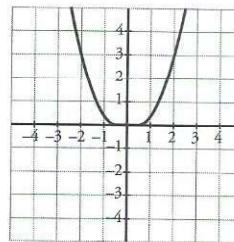
- 9 a) Asíntota: $x = -1$
 Mínimo: $(-1,5; 2,25)$
 Punto inflex.: $(0, 0)$
- b) Asíntotas: $x = 0,$
 $y = -x + 2$
 Mínimo: $(-2, 5)$



- c) Asíntotas: $x = -1, x = 1$
 Máximo: $(0, 0)$
 Mínimos: $(-1,4; 4)$ y
 $(1,4; 4)$



- 10 a) No tiene asíntotas.
 Mínimo: $(0, 0)$
- b) Asínt.: $x = -1, x = 1$
 Máximo: $(-1,3; -5,4)$
 Mínimo: $(1,3; 5,4)$



- c) Asíntota: $x = -3/2$
 Mínimo: $(-2,25; 7,6)$
 Punto inflex.: $(0, 0)$

