1. Calcula las funciones derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{\ln 3x}{x}$; **b)** $f(x)=(1-x^3)\cos x$; **c)** $f(x)=4x^3-5x+\dfrac{1}{e^x}$

d) $f(x)=x^5\cdot\ln x$ e) $f(x)=\dfrac{x^3}{3^x}$ f) $f(x)=(x-\sqrt{1-x^2})^2$ g) $f(x)=\sqrt{\left(\dfrac{x^2-1}{1+x}\right)}$

h) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x+2}$ i) $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x+1}{x-2}}$ j) $f(x)=sen^2x^3$ k) $f(x)=\dfrac{2x+3}{(x+2)^2}$

2. Sea la función :

$$f(x)=\begin{cases}1-x^2 & si\ x\le 1\\ 3x^2-12x+9 & si\ 1<x\le 3\\ -2x^2+16x-30 & si\ x>3\end{cases}$$

a) Estudia su continuidad y derivabilidad.
b) Dibuja la gráfica

3. Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases}x+t & si\ x\le -2\\ x^2-2t & si\ -2<x\le 2\\ 4x-8 & si\ x>2\end{cases}$$

a) Halla el valor de t para que la función sea continua en todos sus puntos.
b) Para el valor de t obtenido en el apartado anterior, representa gráficamente la función f.

4. Se considera la función: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+2}{x-1} & si\quad x\le 2\\ \dfrac{3x^2-2x}{x+2} & si\quad x>2\end{cases}$

a) Estudia continuidad y derivabilidad
b) Calcula $f'(3)$ explica que significa
c) Calcúlese la recta tangente a $f(x)$ en $x=3$

5. Se considera la función real de variable real: $f(x)=\begin{cases}e^x & si\ x<0\\ \dfrac{a+3x}{x^2-4x+3} & si\ x\ge 0\end{cases}$

Estudia la continuidad de $f(x)$ en $x=0$ para los distintos valores del parámetro "a".
Para el valor de "a" que sea continua estudia la derivabilidad.

6. Se considera la función f(x)= $-x^2 + ax - 4$.
Calcula el valor de "a" para que la recta tangente a la función en el punto x = 3 corte al eje OX en el punto de abscisa x =5.

7. Calcular en qué punto (si es que hay alguno) la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = e^{2x}$ forma un ángulo de 45° con el eje de las x.

8. Dada la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 - x + a & x \leq 1 \\ \frac{3}{bx} & x > 1 \end{cases}$

a) Calcula a y b para que la función sea continua y derivable
b) Para $a = 6$ y $b = \frac{3}{4}$ calcula los puntos de cortes con el eje OX y esbozar la gráfica.

9. Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = 3\,e^{-2x}$
Obtener la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto x = 0

10. a) Halla los valores de a y b para que la recta tangente a la gráfica de $f(x) = ax^2 - b$ en el punto (1, 5) sea la recta $y = 3x + 2$

b) Para la función $g(x) = e^{1-x} + \ln(x+2)$ calcula $g'(1)$

11. Dada la función $f(x) = ax + b + \frac{3}{x}$ calcular a y b de manera que la gráfica de f pase por el punto (3, 4) y tenga tangente horizontal en este punto.

12. Se considera la función real de variable real $f(x) = \begin{cases} \frac{-x+b}{x-2} & si\ x \leq -1 \\ \frac{x^2+6x+5}{x^2+4x+3} & si\ x > -1 \end{cases}$

Determina para qué valores del parámetro "b" la función f(x) es continua en $x = -1$

13. Dada la función real de variable real definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & si\ x < 1 \\ \frac{ax+b}{x} & si\ 1 \leq x \leq 2 \\ \sqrt{x^3+1} & si\ x > 2 \end{cases}$

Determina los valores que deben tomarlos parámetros a y b para que f(x) sea continua en $x = 1$ y $x = 2$.

14. Se considera la función real de variable real: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & si\ x < 0 \\ -x^2 + 3x & si\ x \geq 0 \end{cases}$

a) Estudia la continuidad y derivabilidad de la función
b) Determina los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los cuales la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = a$ es $m = -2$. Calcula, para cada valor obtenido, la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = a$.