1.- Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \to \infty} \dfrac{x^3-2x^2+1}{5x^3+6x-2}$ b) $\lim_{x \to \infty} \dfrac{x^2-2x+1}{x+3}$ c) $\lim_{x \to \infty} \dfrac{x^2+3}{x^3-6x^2+1}$

d) $\lim_{x \to 1} \dfrac{x^2+4x-5}{x^4-1}$ e) $\lim_{x \to 0} \dfrac{e^x-1}{x^2}$ f) $\lim_{x \to 1} \dfrac{2e^{x-1}-2}{x^2-1}$

g) $\lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{2x+3}-\sqrt{x^2-1}\right)$ h) $\lim_{x \to 5} \dfrac{x^2-25}{x^3-4x^2-5x}$

2.- Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

$f(x)=\dfrac{2}{x^2-1}$; $f(x)=\dfrac{3x+5}{e^x-1}$; $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2+3x-10}$

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x-1} & x \neq 1 \\ 2 & x=1 \end{cases} \qquad f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+2}{x^2-4} & x \leq 0 \\ -\dfrac{1}{2} & 0 < x < 3 \\ \dfrac{x-4}{x^2-16} & x \geq 3 \end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^x-1}{x} & x < 0 \\ 2x+1 & x \geq 0 \end{cases}$$

3.- Calcular el valor de a y b para que las siguientes funciones sean continuas

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} & x \neq 2 \\ x+2a & x=2 \end{cases} \qquad f(x)=\begin{cases} 2x+a & x \leq 0 \\ \dfrac{x^2-1}{x-1} & 0 < x < 1 \\ bx+1 & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{ax}-1}{x^2-x} & x \neq 0 \\ 2/3 & x=0 \end{cases} \qquad f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{x-2}-1}{x-2} & x < 2 \\ a & x=2 \\ \dfrac{x^2-4}{x-2}+b & x > 2 \end{cases}$$

4.- Calcula el valor de a y b para que las siguientes funciones sean continuas y derivables

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2+2x-a & x\geq 0 \\ 7x^2+bx+1 & x<0 \end{cases} \qquad f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^x+a}{x^2+1} & x\leq 0 \\ bx+1 & x>0 \end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases} -2x-a & x\leq 0 \\ bx-5 & x>2 \end{cases} \qquad f(x)=\begin{cases} 2x-1 & x<3 \\ x^2-4 & x\geq 3 \end{cases}$$

5.- a) Sea $f(x)=\dfrac{3x^2-ax}{x+2}$ Calcular el valor de a para que la curva $y=f(x)$ tenga tangente paralela al eje OX en $x=2$

6.- Sea $f(x)=3x^2+ax+1$ Calcular el valor de a para que la curva $y=f(x)$ tenga tangente paralela a $y=2x+3$ en $x=1$

7.- Estudia continuidad y derivabilidad en el punto que se indica

$$f(x)=\begin{cases} \ln(x-1) & x<2 \\ 3x-6 & x\geq 2 \end{cases} \text{ en } x=2 \qquad f(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ x^2 & 0\leq x<1 \\ x & x\geq 1 \end{cases} \text{ en } x=0,\ x=1$$

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & x\leq 1 \\ x-1 & x>1 \end{cases} \text{ en } x=1 \qquad f(x)=\begin{cases} e^{-x} & x\leq 0 \\ 1-x & x\geq 0 \end{cases} \text{ en } x=0$$

8.- Calcular a y b para que la función sea derivable en todo $\mathbb{R}$

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+x & x\leq 2 \\ x^2-bx-4 & x>2 \end{cases} \qquad f(x)=\begin{cases} x^3-x & x\leq 0 \\ ax+b & x>0 \end{cases}$$

9.- Calcula la ecuación de la recta tangente a las siguientes curvas en los puntos que se indican:

$f(x) = \dfrac{x^2}{x+2}$ en $x=0$; $f(x) = \dfrac{e^x+1}{e^x}$ en $x=0$;

$f(x) = 7x^3-2x^2+1$ en $x=1$; $f(x) = \begin{cases} \ln x & x>0 \\ \dfrac{1}{x} & x<0 \end{cases}$ en $x=3$ y en $x=-2$

10.- Halla las tangentes a la curva $y = \dfrac{2x}{x-1}$ paralelas a la recta $2x+y=0$

11.- Halla los puntos de tangente horizontal de las siguientes funciones y escribe la ecuación de la recta tangente:

$f(x)=x^3-2x^2+x$; $f(x) = -x^4+x^2$; $f(x) = \dfrac{6x}{x^2+1}$

$f(x) = xe^x$

12.- Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y=4x^3-2x^2-10$ en su punto de inflexión

13.- Calcula a, b y c para que la curva $y=ax^2+bx+c$ sea tangente a la recta $y=2x-3$ en el punto $P(2,1)$ y que pase por el punto $Q(5,-2)$

14.- Calcula a, b y c para que la curva $y=x^3+ax^2+bx+c$ corte al eje de obscisas en $x=-1$ y tenga un punto de inflexión en $P(2,1)$

15.- Calcula a y b para que la curva $f(x)=ax^3+bx$ pase por $P(1,1)$ y en P tenga tangente paralela a la recta $3x+y=0$

16.- De la función $f(x) = x^2 + ax + b$ se sabe que tiene un mínimo en $x = 2$ y su gráfica pasa por el punto $P(2,2)$.
Calcule a y b

17.- Calcula p y q para que la curva $y = x^2 + px + q$ pase por $P(-2,1)$ y presente un mínimo en $x = -3$

18.- Calcula el dominio, los puntos de corte con los ejes, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los máximos y mínimos relativos y las asíntotas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - x + 5 \quad ; \quad f(x) = \frac{x^2}{x+2} \quad ; \quad f(x) = \frac{x-1}{x^2}$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2} \quad ; \quad f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{x+2} & x \geq -1 \\ \dfrac{x-1}{x^2} & x < -1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{x-1} & x > 2 \\ x^2 - 2x + 1 & x \leq 2 \end{cases} \qquad f(x) = (x+1)e^x$$