

1) a)  $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$  cambio  $t = 2^x \Rightarrow t^2 - 5t + 4 = 0$   
 $t = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases} \quad t = 4 = 2^x \quad \boxed{x=2}$  Solución  
 $t = 1 = 2^x \quad \boxed{x=0}$

b)  $3\sqrt{6x+1} - 5 = 2x$   
 $3\sqrt{6x+1} = 2x + 5 \Rightarrow 9(6x+1) = (2x+5)^2 \Rightarrow 54x+9 = 4x^2+25+20x \Rightarrow$   
 $4x^2 - 34x + 16 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 17x + 8 = 0 \quad x = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{4} = \frac{17 \pm 15}{4} \begin{cases} 8 \\ 2/4 = 1/2 \end{cases}$   
 Comprobamos  $x=8 \quad 3\sqrt{49} - 5 = 2 \cdot 8 \quad 21 - 5 = 16$  (Si)  $x=1/2 \quad 3\sqrt{4} - 5 = 1$  (Si)

Las dos soluciones

c)  $\frac{2x}{x-3} \geq 0$   
 $x = -2$   
 $x = 3$

	$-\infty$	$-2$	$3$	$+\infty$
$2+x$	-	+	+	
$x-3$	-	-	+	
$\frac{2+x}{x-3}$	+	-	+	

Solución

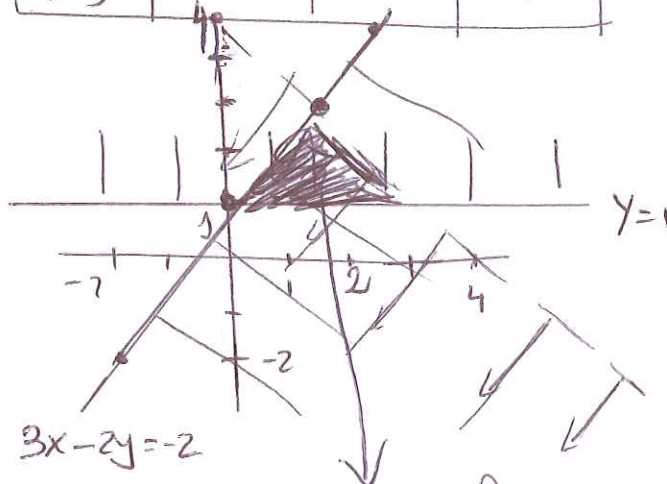
$(-\infty, -2] \cup (3, +\infty)$

2)

$x+y=4$   

x	y
0	4
4	0
2	2

 $0 < 0 < 4$  (Si)



$3x - 2y = -2$

x	y
0	1
-2	-2
2	4

$0 - 0 \geq -2$  (Si)

Solución

3)

1º  $x \quad x+y+z=32$   
 2º  $y \quad x=y+z$   
 3º  $z \quad x+8=2(z+8)$   
 $x=16$  años  $y=12$  años  $z=4$  años

$\Rightarrow 2x=32 \quad \boxed{x=16}$   
 $\rightarrow 24=2z+16 \quad 8=2z \quad \boxed{z=4}$   
 $y=16-4 = \boxed{12}$

4)

a)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4} \Rightarrow x^2 - 5x + 4 \geq 0$   
 $g(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 3x}$   
 $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$   
 $D_p = (-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$

$$g(x) = \frac{x^2+1}{x^2-2x}$$

$$x^2-2x=0 \\ x(x-2)=0 \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

$$D = \mathbb{R} - \{0, 2\}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2-5x+4} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2-5x+4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+5x+4} = +\infty$$

$$c) \text{Asimptota } g(x) = \frac{x^2+1}{x^2-2x}$$

$$\text{Verticales } D = \mathbb{R} - \{0, 2\}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+1}{x(x-2)} = \frac{1}{0} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2+1}{x(x-2)} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2+1}{x(x-2)} = -\infty \end{cases}$$

no existe  $\Rightarrow$  tiene  
asimptota vertical a la  
recta  $x=0$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+1}{x(x-2)} = \frac{5}{0} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2+1}{x(x-2)} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2+1}{x(x-2)} = +\infty \end{cases}$$

No existe  $\Rightarrow$  tiene una  
asimptota vertical que es la  
recta  $x=2$

$$\text{Horizontal: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+1}{x^2-2x} = \frac{1}{1} = 1$$

cociente de polinomios mismo grado

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1}{x^2-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+1}{x^2+2x} = \frac{1}{1} = 1$$

Cociente de polinomios mismo grado

Tiene una asimptota horizontal en  $+\infty$  y  $-\infty$  y es la recta  $y=1$   
Luego no tiene oblicuas

$$5) f(x) = \ln \sqrt{4x^3-5x}$$

$$a) f'(x) = \frac{1}{\sqrt{4x^3-5x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{4x^3-5x}} \cdot 12x^2-5 = \frac{12x^2-5}{2(4x^3-5x)}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-4x+4} = \frac{0}{0} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+3)}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3}{x-2} \quad \underline{\underline{\text{No existe}}}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} < 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+3}{x-2} = \frac{+}{-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+3}{x-2} = \frac{+}{+} = +\infty$$

$$6) D_f = (-\infty, -2] \cup (2, +\infty)$$

La función es continua en  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

en  $(-2, 2]$  no está definida no es continua

$$\text{y en } x=-2 \quad \exists \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+1}{-x} = 1 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  por ser un cociente de polinomios del mismo grado