

1. Halla la suma y el producto de las raíces de las ecuaciones:

a) $x^2 - 5x + 4 = 0$ b) $25x^2 + 20x + 4 = 0$ c) $12x^2 - 7x + 1 = 0$

2. Forma una ecuación cuyas raíces sean:

a) 2 y -3 b) -1/2 y -1/4 c) 3/4 y -1 d) $2 + \sqrt{3}$ y $2 - \sqrt{3}$

3. Indica y calcula, en su caso, el número de soluciones de las ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 - 7x + 3 = 0$ b) $x^2 - 16x + 64 = 0$ c) $x^2 + x + 2 = 0$

4. Determina "m" en la ecuación $x^2 + mx + 25 = 0$, de modo que las dos raíces sean iguales. (Sol: $m=10$; $m=-10$)

5. Dada la ecuación $x^2 - 23x + p = 0$, una de cuyas raíces es 8, determina la otra raíz y el valor de "p". (Sol: $x=15$; $p=120$)

6. En la ecuación $x^2 - 2x + a = 0$ estudia los valores de "a" para que:

- a) la ecuación tenga una raíz doble.
- b) la ecuación tenga dos raíces reales.
- c) la ecuación no tenga raíces reales.

7. En la ecuación $hx^2 + 14x + 12 = 0$ una de las raíces es igual a 6 veces la otra. ¿Cuál es el valor de h? (Sol: $h=2$)

8. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $5(x+2)^2 = 2(x+5)^2$ (Sol: $x = \pm\sqrt{10}$) b) $(2x-6)^2 = 100$ ($x=8$; $x=-2$)

c) $\frac{x-2}{2} + \frac{x-3}{x-3} = \frac{1}{3}$ ($x = \frac{-1 \pm \sqrt{19}}{3}$) d) $\frac{x}{2} + \frac{4}{x} = \frac{12}{x}$ ($x = \pm 4$)

e) $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{13}{6}$ ($x=2$; $x=-3$) f) $\frac{4}{3(x^2-1)} + \frac{5}{9} = \frac{5}{x+1} - \frac{2}{3}$ ($x=23/11$; $x=2$)

g) $\frac{2x+6}{x+3} - \frac{5x+9}{3-x} = \frac{x+9}{x^2-9}$ ($x=0$; $x=-23/7$)

h) $\frac{x+2}{x+1} + \frac{2-x}{1-x} + \frac{4}{x-1} = 0$ ($x=0$; $x=-2$)

i) $\frac{x+1}{2} - \frac{3}{x-1} = \frac{x^2}{2x-2}$ (Sin sol.)

j) $\frac{2x}{x-1} + \frac{1}{x} = \frac{13x+1}{3x}$ ($x=2$; $x=1/7$)

k) $(2x^2 - 6x) \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) = 0$ ($x=1$; $x=3$)

l) $(2x^2 - 4x)(x-3) = 0$ ($x=0$; $x=2$; $x=3$)

m) $\frac{x}{x+1} + x(x-2) = (x-1)^2$ ($x=-1$)

n) $2\sqrt{x-4} + \sqrt{x+4} = x$ ($x=5$)

o) $\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-1} = \frac{5}{2}$ ($x=5$; $x=5/4$)

p) $\frac{x}{2x-1} + \frac{25}{4x^2-1} = \frac{1}{27} - \frac{13}{1-2x}$ ($x=13$; $x=1/2$)

o) $x^4 - \frac{5}{4}x^2 + \frac{1}{4} = 0$ (± 1 ; $\pm 1/2$) p) $x^2 = \frac{12}{x^2+1}$ ($x = \pm\sqrt{3}$)

q) $\frac{x^2+2}{x^2-6} = \frac{2x^2-23}{21-x^2}$ ($x = \pm\sqrt{2}$; $x = \pm 4$) r) $\frac{2x-3}{x+1} = \frac{2x-5}{1-x^2}$ (2 ; $-1/2$)

s) $3x = \sqrt{10x^2-9}$ ($x=3$) t) $\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{x}}} = 2$ ($x=16$)

u) $\frac{21}{\sqrt{6x+1}} - \sqrt{6x+1} = 2\sqrt{3x}$ ($x=4/3$)

9. Resuelve los siguientes sistemas:

v) $(x-1)^2 = 27$ ($x=4$) w) $x^3 + x^2 - 10x + 8 = 0$ ($x=1$; $x=2$; $x=4$)

a) $\begin{cases} -2(x+2) - 3y = -10 \\ x - y - 6 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (-12/11; 30/11); \\ 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{x-1}{2} + y - 3 = 0 \\ \frac{1}{2}(y+2x) + 4 + \frac{3y}{2} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 39; \\ -20 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x \cdot y = 6 \\ x^2 = -5 + y^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (2,3) \\ (-2,-3) \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = -1 \\ x^2 + y^2 = 22 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (\pm\sqrt{7}, \pm\sqrt{15}) \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 13 \\ \frac{x^2}{x+y} - \frac{y^2}{x-y} = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (1/3, 1/2); \\ (-1/2, -1/3) \end{cases}$

f) $\begin{cases} \frac{x-y}{3} + \frac{x+y}{15} = 0 \\ 7x - \frac{17y-4}{2} = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (9,6) \\ (8,4) \end{cases}$ h) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x \cdot y + x - y - 36 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (-9, -9/2) \end{cases}$

g) $\begin{cases} x^2 + y^2 + 7x - 5y + 1 = 0 \\ 5x + 3y - 7 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (-1,4) \\ (-4,-3) \end{cases}$ i) $\begin{cases} x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 24 \\ x^2 - y^2 = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (4,3) \\ (-4,-3) \end{cases}$

j) $\begin{cases} y^2 - 2y + 1 = x \\ \sqrt{x+y} = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (4,3) \\ (3,1) \\ (3,4) \\ (2,1) \\ (2,4) \end{cases}$

k) $\begin{cases} x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0 \\ x^2 - y^2 - 5x + 5y + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (3,1) \\ (3,4) \\ (2,1) \\ (2,4) \end{cases}$

10. Dos garrafas contienen el mismo número de litros. Se sacan de una 3 litros y de la otra 9 litros y entonces en una de ellas queda el doble número de litros que en la otra. Averiguar cuántos litros contenía cada una inicialmente. (Sol.: 15 litros)
11. El perímetro de un triángulo rectángulo es 90 metros y el cateto mayor tiene 3 metros menos que la hipotenusa. Halla los lados. (39, 36, 15 metros)
12. ¿Qué número negativo es igual a su recíproco? (-1)
13. Si se añade 25 al cuadrado de cierto número la suma es igual al cuadrado de 13. ¿Cuál es ese número? (± 12)
14. La suma de dos números es a su producto como 2 es a 3 y la suma de los cuadrados de los mismos es igual al quíntuplo de su suma. Halla los números. (Soluciones: $x=6, y=2; x=2, y=6$.)
15. ¿Cuál es el número que excede a su raíz cuadrada positiva en 6 unidades? (9)
16. Si el radio de un círculo crece en tres metros, el área aumenta en 60 metros cuadrados. Halla el radio del primer círculo. ($1^{\circ} 68$ metros)
17. El área de un rectángulo es 36 centímetros cuadrados. Si su largura creciera en 3 centímetros y su anchura en 2, el área se duplicaría. Halla sus dimensiones. (6,6)
18. Halla tres números impares consecutivos cuyos cuadrados sumen 5051. (39, 41, 43 y -39, -41, -43).
19. Si un número de dos cifras se divide por el producto de las mismas, el cociente es $3/2$. La diferencia entre el número con las cifras permutadas y el mismo número es 36. Calcula ese número. (Solución: 48)
20. En la ecuación $x^2 - 270x + c = 0$, halla c con la condición de que una de las raíces sea doble de la otra. (Solución: $c=16200$)
21. Para sacar dinero para mis vacaciones deseo vender un cierto número de libros a 5 euros cada uno, pero veo que 4 están muy deteriorados y no los puedo vender, por lo que para obtener el mismo dinero debo vender cada uno de los libros restantes $1^{\circ} 25$ euros más caros. ¿Cuántos libros tengo? ¿Cuánto dinero sacaré para mis vacaciones? (Solución: 20 libros y 100 euros)
22. Los lados paralelos de un trapecio miden 15 y 36 centímetros y los no paralelos 13 y 20 cm. Calcula la altura del trapecio.
23. El área de un rectángulo cuyo lado mayor excede en 9 metros al lado menor no varía si el lado mayor aumenta hasta el valor 99 metros y el menor disminuye en 16. Halla los lados y el área. (Solución: 1°) 75 y 66 m. $S=4950 \text{ m}^2$; 2°) 33 y 24 m.; $S=792 \text{ m}^2$)
24. Se quiere hacer una caja con un trozo cuadrado de cartón, cortando 4 centímetros cuadrados de cada esquina y doblando los bordes. El volumen de la caja debe resultar de 256 centímetros cúbicos. ¿Qué longitud ha de tener el lado del cuadrado) (Sol.: $4+8\sqrt{2} \approx 15^{\circ} 31 \text{ cm.}$)
25. Un terreno de 800 metros de largo por 600 m. de ancho se divide en cuatro trozos rectangulares por dos calles perpendiculares de igual anchura. Halla dicha anchura si las calles cubren una superficie de 67500 metros cuadrados. (Solución: 50 metros)
26. Halla un número positivo cuyo duplo, aumentado en su cuadrado, dé como resultado el cubo de dicho número. (Solución: 2)
27. La edad de un padre es 29 veces la edad de su hija. Dentro de 6 años será su cuadrado. Calcula sus edades respectivas actualmente. (Sol.: 2 y 58 años)
28. Un fabricante obtiene 60 céntimos por cada pieza que sale de su taller para la venta, pero sufre una pérdida de 80 céntimos por cada pieza defectuosa que debe retirar. En una jornada ha fabricado 2100 bombillas, obteniendo un beneficio final de 968^8 euros. ¿Cuántas bombillas defectuosas fabricaron ese día? (Sol.: 208 bombillas defec.)
29. El paseo circular que rodea una fuente tiene una anchura de 2 metros. Su superficie es de $113^{\circ} 04$ metros cuadrados. Calcula los radios de las circunferencias exterior e interior. (Aproximar π a $3^{\circ} 14$). (Sol.: $r = 8 \text{ m.}; R = 10 \text{ m.}$)
30. Para cubrir el suelo de una habitación un solador dispone de dos tipos de baldosas. El tipo A es de dimensiones 4 dm x 3 dm. El tipo B tiene 5 dm x 2 dm. Eligiendo el tipo A se necesitarían 40 baldosas menos que si se eligiera el tipo B. ¿Cuál es la superficie de la habitación? (Sol.: 2400 decímetros cuadrados)
31. El perímetro del rombo es 40 metros. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que la base es el triple de la altura. (Sol.: Base=18m.; altura=6 m.)

