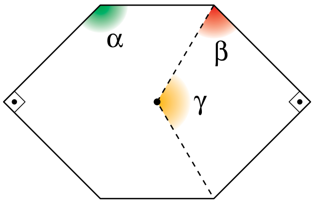
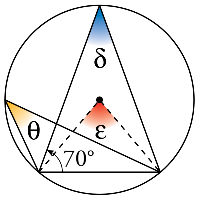
Autoevaluación

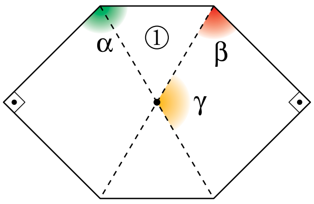
1. Calcula los ángulos desconocidos en estas figuras:





Primera figura

La suma de los ángulos de un hexágono suman 720°. Este que nos ocupa tiene dos ángulos rectos, y los otro cuatro, son iguales. Por tanto: $\alpha = \dfrac{720° - 2 \cdot 90°}{4} = 135°$.

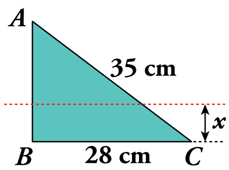


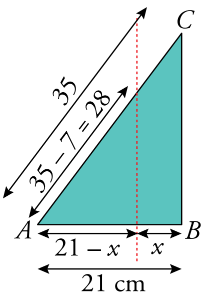
Además, observamos que el triángulo ① es equilátero y, por tanto, sus tres ángulos miden 60°. Con esto tenemos que $\gamma = 180° - 60° = 120°$ y $\beta = 135° - 60° = 75°$.

Segunda figura

Observamos que los tres ángulos pedidos abarcan el mismo arco y que el triángulo del que es ángulo δ, es isósceles. Así: $\delta = 180° - 2 \cdot 70° = 40°$, $\theta = 40°$ y $\varepsilon = 2 \cdot 40° = 80°$

2. ¿A qué altura, *x*, hay que cortar el triángulo *ABC* para que la hipotenusa se reduzca en siete centímetros?





Calculamos el lado desconocido, $\overline{AB} = \sqrt{35^2 - 28^2} = 21$ cm.

Si giramos la figura, observamos dos triángulos en posición de Tales, son semejantes:

$$\frac{35}{21} = \frac{28}{21 - x} \rightarrow 735 - 35x = 588 \rightarrow x = \frac{588 - 735}{-35} = 4{,}2$$

Debemos cortar el triángulo a una altura de 4,2 cm.

3. Si vas en avión a 10 000 m de altura y ves un punto en el horizonte, ¿a qué distancia de ti se encuentra el punto? (Radio de la Tierra: 6 371 km).

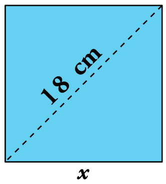
Llamamos x a la distancia pedida y transformamos todas las unidades de medida a kilómetros.

$$x = \sqrt{6\,731^2 - 10^2} \approx 6\,731$$

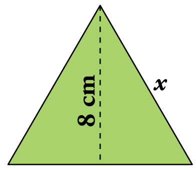
El punto estará a 6 731 km de distancia.

4. **Calcula el valor de *x* en cada caso:**

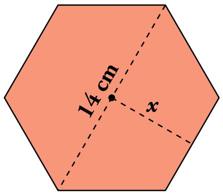
a)



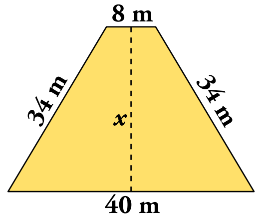
b)



c)



d)



Utilizamos los resultados del ejercicio resuelto 1 de la página 196.

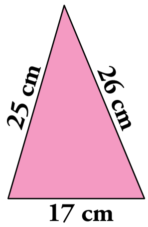
a) $l = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot d \;\rightarrow\; x = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot 18 \approx 12{,}73$ cm

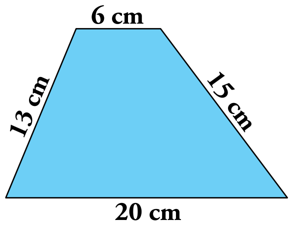
b) $h = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot l \;\rightarrow\; x = \dfrac{8 \cdot 2}{\sqrt{3}} \approx 9{,}24$ cm

c) $ap = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot l \;\rightarrow\; x = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot 7 \approx 6{,}06$ cm

d) $x = \sqrt{34^2 - 16^2} = 30$ m

5. **Calcula las alturas del triángulo y del trapecio:**





Triángulo

Utilizamos la fórmula de Herón y la del área del triángulo.

$$s = \frac{25 + 26 + 17}{2} = 34 \text{ cm}$$

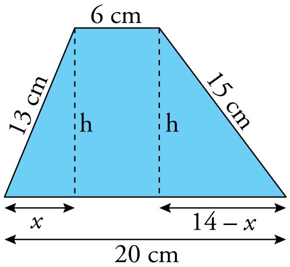
$$A = \sqrt{34 \cdot (34 - 25) \cdot (34 - 26) \cdot (34 - 17)} = 204 \text{ cm}^2$$

$$204 = \frac{17 \cdot h}{2} \;\rightarrow\; h = \frac{204 \cdot 2}{17} = 24 \text{ cm}$$

La altura del triángulo mide 24 cm

Trapecio

Observando la figura planteamos el siguiente sistema y lo resolvemos por igualación:



$$\left.\begin{array}{l} h^2 = 15^2 - (14 - x)^2 \\ h^2 = 13^2 - x^2 \end{array}\right\} \rightarrow 15^2 - (14 - x)^2 = 13^2 - x^2 \;\rightarrow\; x = 5$$

$$h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$$

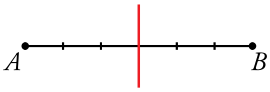
La altura del trapecio mide 12 cm.

6. Dibuja dos puntos, A y B, a 6 cm de distancia.

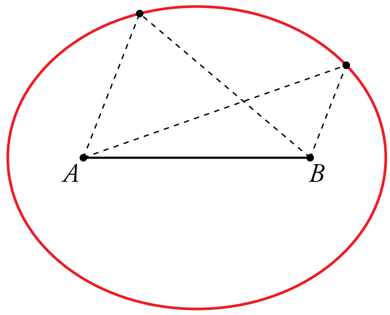
a) ¿Cuál es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de A y B? Dibújalo.

b) ¿Cuál es el lugar geométrico de los puntos cuya suma de distancias a A y B es 10 cm? Dibújalo aproximadamente.

a) Es la mediatriz del segmento.

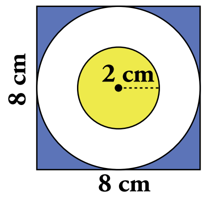


b) Es la elipse de focos A y B.

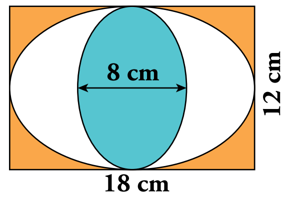


7. Calcula el área de la zona coloreada en cada una de las siguientes figuras:

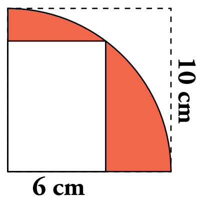
a)



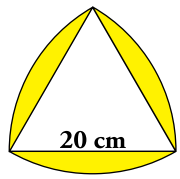
b)



c)



d)



a) $A = 8^2 - \pi \cdot 4^2 + \pi \cdot 2^2 = 64 - 12\pi \approx 26{,}30 \text{ cm}^2$

b) $A = 12 \cdot 18 - \pi \cdot 9 \cdot 6 + \pi \cdot 4 \cdot 6 = 216 - 30\pi \approx 121{,}75 \text{ cm}^2$

c) Para hallar el área de la parte coloreada calculamos la del cuarto de círculo y le restamos la del rectángulo blanco. Observamos que tanto el radio de la circunferencia como la diagonal del rectángulo miden 10 cm.

$$A_{1/4 \text{ DE CÍRCULO}} = \frac{\pi \cdot 10^2}{4} \approx 78{,}54 \text{ cm}^2$$

$$x = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ cm} \rightarrow A_{\text{RECTÁNGULO}} = 6 \cdot 8 = 48 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{PARTE COLOREADA}} = 78{,}54 - 48 = 30{,}54 \text{ cm}^2$$

d) El triángulo blanco es equilátero, por lo que todos sus ángulos miden 60°. Calculamos el área del sector ciruclar de 60° y el área del triángulo:

$$A_{\text{SECTOR CIRCULAR}} = 60° \cdot \frac{\pi \cdot 20^2}{360°} \approx 209{,}44 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \sqrt{30 \cdot (30 - 20)^3} \approx 173{,}21 \text{ cm}^2$$

Restamos ambas áreas para obtener una de las partes amarillas de la figura:

$$A_{\text{PARTE COLOREADA}} = 3 \cdot (209{,}44 - 173{,}21) = 108{,}69 \text{ cm}^2$$