1. Una tienda posee 3 tipos de conservas, A, B y C. El precio medio de las 3 conservas es de 0.90 €. Un cliente compra 30 unidades de A, 20 de B y 10 de C, debiendo abonar 56 €. Otro compra 20 unidades de A y 25 de C y abona 31 €. Calcula el precio de una unidad A, otra de B y otra de C.

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = precio\ de\ una\ unidad\ de\ A \\ y = precio\ de\ una\ unidad\ de\ B \\ z = precio\ de\ una\ unidad\ de\ C \end{array} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{x+y+z}{3} = 0{,}9 \\ 30x + 20y + 10z = 56 \\ 20x + 25z = 31 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z = 2{,}7 \\ 30x + 20y + 10z = 56 \\ 20x + 25z = 31 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2{,}7 \\ 30 & 20 & 10 & 56 \\ 20 & 0 & 25 & 31 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-20F_1]{F_2-30F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2{,}7 \\ 0 & -10 & -20 & -25 \\ 0 & -20 & 5 & -23 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3-2F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2{,}7 \\ 0 & -10 & -20 & -25 \\ 0 & 0 & 45 & 27 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x+y+z = 2{,}7 \\ -10y - 20z = -25 \\ 45z = 27 \end{cases}$$

$$z = \frac{27}{45} = \frac{3}{5} = 0{,}6\ ;\ -10y - 20\cdot 0{,}6 = -25 \rightarrow -10y = -13 \rightarrow y = \frac{-13}{-10} = 1{,}3\ ;\ x + 1{,}3 + 0{,}6 = 2{,}7 \rightarrow x = 0{,}8$$

Solución: Cada unidad de conserva de tipo A cuesta 0,80 € , cada una de tipo B , 1,30€ y cada una de tipo C, 0,60€.

2. Se juntan 30 personas entre hombres, mujeres y niños. Se sabe que entre los hombres y las mujeres duplican al número de niños. También se sabe que entre los hombres y el triple de las mujeres exceden en 20 al doble de niños. Plantear un sistema de ecuaciones que permita averiguar el número de hombres, mujeres y niños. Resolver el sistema de ecuaciones planteado y comentar el resultado.

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = nº\ de\ hombres \\ y = nº\ de\ mujeres \\ z = nº\ de\ niños \end{array} \rightarrow \begin{cases} x+y+z = 30 \\ x + y = 2z \\ x + 3y = 2z + 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z = 30 \\ x + y - 2z = 0 \\ x + 3y - 2z = 20 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 20 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_1]{F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 0 & -3 & -30 \\ 0 & 2 & -3 & -10 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 \leftrightarrow F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 2 & -3 & -10 \\ 0 & 0 & -3 & -30 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x+y+z = 30 \\ 2y - 3z = -10 \\ -3z = -30 \end{cases}$$

$$z = \frac{-30}{-3} = 10\ ;\ 2y - 3\cdot 10 = -10 \rightarrow 2y = 20 \rightarrow y = \frac{20}{2} = 10\ ;\ x + 10 + 10 = 30 \rightarrow x = 10$$

Solución: Hay 10 hombres, 10 mujeres y 10 niños.

3. Un estado compra 540 000 barriles de petróleo a tres suministradores diferentes que lo venden a 27, 28 y 31 $ el barril, respectivamente. La factura total asciende a 15 999 000 $. Si del primer suministrador recibe el 30% del total del petróleo comprado, ¿cuál es la cantidad comprada a cada suministrador?

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = nº\ de\ barriles\ comprados\ al\ 1^{er} sumin. \\ y = nº\ de\ barriles\ comprados\ al\ 2º\ sumin. \\ z = nº\ de\ barriles\ comprados\ al\ 3^{er} sumin. \end{array} \rightarrow \begin{cases} x+y+z = 540000 \\ 27x + 28y + 31z = 15999000 \\ x = 0{,}3 \cdot 540000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z = 540000 \\ 27x + 28y + 31z = 15999000 \\ x = 162000 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 162000 \\ 1 & 1 & 1 & 540000 \\ 27 & 28 & 31 & 15999000 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-27F_1]{F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 162000 \\ 0 & 1 & 1 & 378000 \\ 0 & 28 & 31 & 1162500 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3-28F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 162000 \\ 0 & 1 & 1 & 378000 \\ 0 & 0 & 3 & 1041000 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x = 162000 \\ y + z = 378000 \\ 3z = 1041000 \end{cases}$$

$$z = \frac{1041000}{3} = 347000\ ;\ y + z = 378000 \rightarrow y = 31000\ ;\ x = 162000$$

Solución: Se compraron 162000 barriles al 1er suministrador, 31000 barriles al 2º suministrador y 347000 al 3º.

4. Un fabricante de coches ha lanzado al mercado tres nuevos modelos (A, B y C). El precio de venta de cada modelo es 1.5, 2 y 3 millones de PTAS, respectivamente, ascendiendo el importe total de los coches vendidos durante el primer mes a 250 millones. Por otra parte, los costes de fabricación son de 1 millón por coche para el modelo A, de 1.5 para el modelo B y de 2 para el C. El coste total de fabricación de los coches vendidos en ese mes fue de 175 millones y el número total de coches vendidos 140. Plantea un sistema para determinar el número de coches vendidos de cada modelo y resuelve el problema. Comenta los resultados obtenidos.

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = nº\ de\ coches\ del\ modelo\ A \\ y = nº\ de\ coches\ del\ modelo\ B \\ z = nº\ de\ coches\ del\ modelo\ C \end{array} \rightarrow \begin{cases} x+y+z = 140 \\ 1{,}5x + 2y + 3z = 250 \\ x + 1{,}5y + 2z = 175 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 140 \\ 1{,}5 & 2 & 3 & 250 \\ 1 & 1{,}5 & 2 & 175 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_1]{F_2-1{,}5F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 140 \\ 0 & 0{,}5 & 1{,}5 & 40 \\ 0 & 0{,}5 & 1 & 35 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3-F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 140 \\ 0 & 0{,}5 & 1{,}5 & 40 \\ 0 & 0 & -0{,}5 & -5 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x+y+z = 140 \\ 0{,}5y + 1{,}5z = 40 \\ -0{,}5z = -5 \end{cases}$$

$$z = \frac{-5}{-0{,}5} = 10\ ;\ 0{,}5y + 1{,}5\cdot 10 = 40 \rightarrow 0{,}5y = 25 \rightarrow y = \frac{25}{0{,}5} = 50\ ;\ x + 50 + 10 = 140 \rightarrow x = 80$$

Solución: Se vendieron 80 coches del modelo A, 50 coches del modelo B y 10 coches del modelo C.

5. Un almacén distribuye cierto producto que fabrican 3 marcas distintas: A, B y C. La marca A lo envasa en cajas de 250 gramos y su precio es de 100 €, la marca B lo envasa en cajas de 500 gramos a un precio de 180 € y la marca C lo hace en cajas de 1 kilogramo a un precio de 330 €. El almacén vende a un cliente 2.5 kilogramos de este producto por un importe de 890 €. Sabiendo que el lote iba envasado en 5 cajas, plantea un sistema para determinar cuántas cajas de cada tipo se han comprado y resuelve el problema.

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = n^{\underline{o}}\ de\ cajas\ de\ 250\ g \\ y = n^{\underline{o}}\ de\ cajas\ de\ 500\ g \\ z = n^{\underline{o}}\ de\ cajas\ de\ 1000\ g \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 5 \\ 250x + 500y + 1000z = 2500\ (se\ puede\ dividir\ por\ 250) \\ 100x + 180y + 330z = 890\quad (se\ puede\ dividir\ por\ 10) \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 10 \\ 10 & 18 & 33 & 89 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-10F_1]{F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 8 & 23 & 39 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3-8F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 5 \\ y + 3z = 5 \\ -z = -1 \end{cases}$$

$z = 1\ ;\ y + 3 = 5 \rightarrow y = 2\ ; x + 2 + 1 = 5 \rightarrow x = 2$

Solución: Se han comprado 2 cajas de 250 g. , 2 cajas de 500 g. y 1 caja de 1 kg

6. Se venden 3 especies de cereales: trigo, cebada y mijo. El trigo se vende cada “saco” por 4 denarios. La cebada se vende cada “saco” por 2 denarios. El mijo se vende cada “saco” por 0.5 denarios. Si se venden 100 “sacos” y se obtiene por la venta 100 denarios, ¿cuántos “sacos” de cada especie se venden? Interpreta la(s) solución(es).

7. Un estado compra 758 000 barriles de petróleo a tres suministradores diferentes que lo venden a 30, 28 y 25 $ el barril, respectivamente. La factura total asciende a 17 millones de $. Si del primer suministrador recibe el 24% del total del petróleo comprado, plantea un sistema de ecuaciones que te permita determinar cuál es la cantidad comprada a cada suministrador y resuelve el problema.

8. Una editorial dispone de tres textos diferentes para Matemáticas de 2º de Bachillerato de Ciencias Sociales y Humanas. El texto A se vende a 9 € el ejemplar; el texto B a 11 € y el C a 13 €. En la campaña correspondiente a un curso académico la editorial ingresó, en concepto de ventas de estos libros de Matemáticas 8400 €. Sabiendo que el libro A se vendió tres veces más que el C, y que el B se vendió tanto como el A y el C juntos, plantea un sistema de ecuaciones que te permita averiguar cuántos se vendieron de cada tipo y resuelve el problema.

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = n^{\underline{o}}\ de\ ejemplares\ \ vendidos\ del\ texto\ A \\ y = n^{\underline{o}}\ de\ ejemplares\ \ vendidos\ del\ texto\ B \\ z = n^{\underline{o}}\ de\ ejemplares\ \ vendidos\ del\ texto\ C \end{array} \rightarrow \begin{cases} 9x + 11y + 13z = 8400 \\ x = 3z \\ y = x + z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 9x + 11y + 13z = 8400 \\ x - 3z = 0 \\ -x + y - z = 0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 9 & 11 & 13 & 8400 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-9F_1]{F_2+F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 11 & 40 & 8400 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3-11F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 84 & 8400 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x - 3z = 0 \\ y - 4z = 0 \\ 84z = 8400 \end{cases}$$

$z = \dfrac{8400}{84} = 100\ ;\ y - 4 \cdot 100 = 0 \rightarrow y = 400\ ; x - 3 \cdot 100 = 0 \rightarrow x = 300$

Solución: Se vendieron 300 ejemplares del texto A, 400 ejemplares del texto B y 100 ejemplares del texto C

9. Los sueldos del padre, la madre y un hijo sumados dan 1950 €. La madre gana el doble que el hijo. El padre gana 2/3 de lo que gana la madre. Calcular cuánto gana cada uno.

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = sueldo\ del\ padre \\ y = sueldo\ de\ la\ madre \\ z = sueldo\ del\ hijo \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1950 \\ y = 2z \\ x = \dfrac{2}{3}y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1950 \\ y - 2z = 0 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1950 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3-3F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1950 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -5 & -3 & -5850 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3+5F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1950 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -13 & -5850 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 1950 \\ y - 2z = 0 \\ -13z = -5850 \end{cases}$$

$z = \dfrac{-5850}{-13} = 450\ ;\ y - 2 \cdot 450 = 0 \rightarrow y = 900\ ; x + 900 + 450 = 1950 \rightarrow x = 600$

Solución: El sueldo del padre es de 600€, el de la madre 900€ y el del hijo, 450€

10. En una granja se venden pollos, pavos y perdices a razón de 1.2, 0.9 y 2.4 €/Kg., respectivamente. En cierta semana los ingresos totales de la granja ascendieron a 3420 €. Además se sabe que la cantidad de pollo vendida superó en 100 Kg a la de pavo y que se vendió de perdiz la mitad que la de pavo.

(a) Plantea un sistema de ecuaciones para averiguar la cantidad vendida de cada tipo de carne.
(b) Resuelve dicho sistema y comenta los resultados.

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = kg\ de\ pollo\ vendidos \\ y = kg\ de\ pavo\ vendidos \\ z = kg\ de\ perdiz\ vendidos \end{array} \rightarrow \begin{cases} 1{,}2x + 0{,}9y + 2{,}4z = 3420 \\ x = y + 100 \\ z = \frac{1}{2}y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1{,}2x + 0{,}9y + 2{,}4z = 3420 \\ x - y = 100 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1{,}2 & 0{,}9 & 2{,}4 & 3420 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 - 1{,}2F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2{,}1 & 2{,}4 & 3300 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 - 2{,}1F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 6{,}6 & 3300 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x - y = 100 \\ y - 2z = 0 \\ 6{,}6z = 3300 \end{cases}$$

$$z = \frac{3300}{6{,}6} = 500\ ;\ y - 2 \cdot 500 = 0 \rightarrow y = 1000\ ; x - 1000 = 100 \rightarrow x = 1100$$

Solución: Se han vendido 1100 kg de carne de pollo, 1000 kg de carne de pavo y 500 kg de carne de perdiz

11. Un distribuidor de material escolar ha clasificado 120 lápices en cajas de tres tamaños: 3 de tipo pequeño, 5 mediano y 2 grande. Una vez clasificados han sobrado 6 lápices. Además se sabe que las cajas medianas contienen el doble que las cajas pequeñas y las grandes el triple. Plantea un sistema para determinar el número de lápices que contiene cada tipo de caja y resuelve el problema.

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = n^{\underline{o}}\ de\ lápices\ en\ caja\ pequeña \\ y = n^{\underline{o}}\ de\ lápices\ en\ caja\ mediana \\ z = n^{\underline{o}}\ de\ lápices\ en\ caja\ grande \end{array} \rightarrow \begin{cases} 3x + 5y + 2z = 120 - 6 \\ y = 2x \\ z = 3x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 5y + 2z = 114 \\ y - 2x = 0 \\ 3x - z = 0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 2 & 114 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3 - F_1]{3F_2 + 2F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 2 & 114 \\ 0 & 13 & 4 & 228 \\ 0 & -5 & -3 & -114 \end{array}\right) \xrightarrow{13F_3 + 5F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 2 & 114 \\ 0 & 13 & 4 & 228 \\ 0 & 0 & -19 & -342 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} 3x + 5y + 2z = 114 \\ 13y + 4z = 228 \\ -19z = -342 \end{cases}$$

$$z = \frac{-342}{-19} = 18\ ;\ 13y + 4 \cdot 18 = 228 \rightarrow y = \frac{228 - 72}{13} = \frac{156}{13} = 12\ ; 3x + 5 \cdot 12 + 2 \cdot 18 = 114 \rightarrow x = \frac{18}{3} = 6$$

Solución: Hay 6 lápices en cada caja pequeña, 12 lápices en cada caja mediana y 18 lápices en cada caja grande.

12. En cierto colegio, al principio de curso, la relación del número de alumnas al de alumnos era de 8/7. Al finalizar el curso, habían causado baja, por diversas causas, 40 chicas y el 4% de los chicos, y la relación era de 15/14. ¿Cuántos alumnos de cada sexo acabaron el curso?

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = n^{\underline{o}}\ de\ alumnos\ al\ principio\ de\ curso \\ y = n^{\underline{o}}\ de\ alumnas\ al\ principio\ de\ curso \end{array} \rightarrow \begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{8}{7} \\ \frac{y - 40}{0{,}96x} = \frac{15}{14} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8x - 7y = 0 \\ 14x - 14y = -560\ (se\ divide\ entre\ 14) \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -40 \\ 8 & -7 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 - 8F_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -40 \\ 0 & 1 & 320 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x - y = -40 \\ y = 320 \end{cases} \rightarrow y = 320\ ; x - 320 = -40 \rightarrow x = 280$$

Solución: Al principio de curso había 280 alumnos y 320 alumnas.

13. En dos grupos de Bachillerato A y B, había en el curso 95, un cierto número de alumnos. En el curso 96, se aumentaron 5 alumnos a A y 6 a B, resultando éste con doble número de alumnos. En el curso 97, se aumentaron 2 a B, y se redujo en 4 alumnos el grupo A, resultando este grupo con la tercera parte de alumnos que en B.

(a) Plantea un sistema de ecuaciones que te permita determinar cuántos alumnos había en A y en B en el 95.

(b) Resuelve dicho sistema y comenta los resultados.

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = n^{\underline{o}}\ de\ alumnos\ en\ el\ grupo\ A\ (curso\ 95) \\ y = n^{\underline{o}}\ de\ alumnos\ en\ el\ grupo\ B\ (curso\ 95) \end{array} \rightarrow \begin{cases} 2(x + 5) = y + 6 \\ x + 1 = \frac{1}{3}(y + 8) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - y = -4 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & -4 \\ 3 & -1 & 5 \end{array}\right) \xrightarrow{2F_2 - 3F_1} \left(\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & 22 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} 2x - y = -4 \\ y = 22 \end{cases} \rightarrow y = 22\ ; 2x - 22 = -4 \rightarrow x = \frac{18}{2} = 9$$

Solución: En el curso 95 había 9 alumnos en el grupo A y 22 alumnos en el grupo B.

14. Por tres entradas de patio y seis de palco se han pagado 90.15 €. Estudiar los casos en los que se han pagado también:

(a) 42.07 € por dos entradas de patio y dos de palco.

(b) 30.05 € por una entrada de patio y dos de palco.

(c) 66.11 € por dos entradas de patio y dos de palco.

Calcula los precios de cada localidad en los casos en que esto sea posible.

15. Se dispone de un recipiente de 24 litros de capacidad y de tres medidas, A, B y C. Se sabe que el volumen de A es el doble del de B, que las tres medidas llenan el depósito y que las dos primeras lo llenan hasta la mitad. ¿Qué capacidad tiene cada medida?

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = capacidad\ de\ la\ medida\ A \\ y = capacidad\ de\ la\ medida\ B \\ z = capacidad\ de\ la\ medida\ C \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 24 \\ x = 2y \\ x + y = \dfrac{24}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 24 \\ x - 2y = 0 \\ x + y = 12 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 24 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 12 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_1]{F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 24 \\ 0 & -3 & -1 & -24 \\ 0 & 0 & -1 & -12 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 24 \\ -3y - z = -24 \\ -z = -12 \end{cases}$$

$$z = 12\ ;\ -3y - 12 = -24 \rightarrow y = \frac{-24 + 12}{-3} = \frac{-12}{-3} = 4\ ;\ x + 4 + 12 = 24 \rightarrow x = 24 - 4 - 12 = 8$$

Solución: La capacidad de la medida A es de 8 litros, la de la medida B es de 4 litros y la del C es de 12 litros.

16. Una marca comercial utiliza tres ingredientes (A, B y C) en la elaboración de tres tipos de pizzas (P_1, P_2 y P_3). P_1 se elabora con 1 unidad de A, 2 de B y 2 de C; P_2 con 2 unidades de A, 1 de B y 1 de C, y P_3 con 2 unidades de A, 1 de B y 2 de C. El precio de venta es de 7.2 € para P_1, 6.15 para P_2 y 7.35 para P_3. Sabiendo que el margen comercial (beneficio) es de 2.4 € en cada una de ellas, ¿qué le cuesta a dicha marca comercial cada unidad de A, B y C? Justificar la respuesta.

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = coste\ de\ 1\ unidad\ del\ ingrediente\ A \\ y = coste\ de\ 1\ unidad\ del\ ingrediente\ B \\ z = coste\ de\ 1\ unidad\ del\ ingrediente\ C \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + 2y + 2z = 7{,}2 - 2{,}4 \\ 2x + y + z = 6{,}15 - 2{,}4 \\ 2x + y + 2z = 7{,}35 - 2{,}4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 2y + 2z = 4{,}8 \\ 2x + y + z = 3{,}75 \\ 2x + y + 2z = 4{,}95 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 4{,}80 \\ 2 & 1 & 1 & 3{,}75 \\ 2 & 1 & 2 & 4{,}95 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-2F_1]{F_2-2F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 4{,}80 \\ 0 & -3 & -3 & -5{,}85 \\ 0 & -3 & -2 & -4{,}65 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3-F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 4{,}80 \\ 0 & -3 & -3 & -5{,}85 \\ 0 & 0 & 1 & 1{,}20 \end{array}\right) \begin{cases} x + 2y + 2z = 4{,}80 \\ -3y - 3z = -5{,}85 \\ z = 1{,}20 \end{cases}$$

$$z = 1{,}20\ ;\ -3y - 3 \cdot 1{,}20 = -5{,}85 \rightarrow y = \frac{-5{,}85 + 3{,}60}{-3} = \frac{-2{,}25}{-3} = 0{,}75\ ;\ x + 2 \cdot 0{,}75 + 2 \cdot 1{,}2 = 4{,}80 \rightarrow x = 0{,}90$$

Solución: Cada unidad de ingrediente A cuesta 0,90€ , cada unidad del ingrediente B, 0,75€ y cada una del C, 1,20€.

17. ¿Un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas puede ser indeterminado?

18. Seis amigos acuden a una heladería del centro de Palma. Un día, por un helado gigante, un granizado y cuatro vasos de agua mineral, pagan 20.43 €. Al día siguiente pagan por cuatro helados gigantes y dos granizados, 26.44 €. Busca los precios del helado y del granizado en función del precio del agua mineral y también en el caso de que ésta valga 3.01 €.

19. Las edades de tres hermanos son tales que el quíntuplo de la edad del primero, más el cuádruplo de la edad del segundo, más el triple de la edad del tercero, es igual a 60. El cuádruplo de la edad del primero, más el triple de la edad del segundo, más el quíntuplo de la del tercero, es igual a 50. Y el triple de la edad del primero, más el quíntuplo de la del segundo, más el cuádruplo de la del tercero, es igual a 46.

(a) Plantea un sistema de ecuaciones que permita determinar las edades de los tres hermanos.

(b) Resuelve el sistema planteado y comenta los resultados.

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = edad\ del\ primer\ hermano \\ y = edad\ del\ segundo\ hermano \\ z = edad\ del\ tercer\ hermano \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} 5x + 4y + 3z = 60 \\ 4x + 3y + 5z = 50 \\ 3x + 5y + 4z = 46 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 4 & 3 & 60 \\ 4 & 3 & 5 & 50 \\ 3 & 5 & 4 & 46 \end{array}\right) \xrightarrow[5F_3-3F_1]{5F_2-4F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 4 & 3 & 60 \\ 0 & -1 & +13 & 10 \\ 0 & 13 & 11 & 50 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3+13F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 4 & 3 & 60 \\ 0 & -1 & +13 & 10 \\ 0 & 0 & 180 & 180 \end{array}\right) \begin{cases} 5x + 4y + 3z = 60 \\ -y + 13z = 10 \\ 180z = 180 \end{cases}$$

$$z = 1\ ;\ -y + 13 \cdot 1 = 10 \rightarrow y = \frac{10 - 13}{-1} = \frac{-3}{-1} = 3\ ;\ 5x + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 60 \rightarrow x = \frac{60 - 12 - 3}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

Solución: El hermano mayor tiene 9 años, el mediano tiene 3 años y el pequeño 1 año.

20. Una cooperativa farmacéutica distribuye un producto en tres formatos distintos A, B y C. Las cajas de tipo A tienen un peso de 250 gramos y un precio de 0,6 €, las de tipo B pesan 500 gramos y su precio es de 1,08 €, mientras que las C pesan 1 kilogramo y cuestan 1,98 €. A una farmacia se le ha suministrado un lote de 5 cajas, con un peso de 2,5 kilogramos, por un importe de 5,34 €. ¿Cuántas cajas de cada tipo ha comprado la farmacia?

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = n^{\underline{o}}\ de\ cajas\ de\ 250\ g \\ y = n^{\underline{o}}\ de\ cajas\ de\ 500\ g \\ z = n^{\underline{o}}\ de\ cajas\ de\ 1000\ g \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 5 \\ 250x + 500y + 1000z = 2500\ (se\ puede\ dividir\ por\ 250) \\ 0{,}6x + 1{,}08y + 1{,}98z = 5{,}34 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 10 \\ 0{,}6 & 1{,}08 & 1{,}98 & 5{,}34 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-0{,}6F_1]{F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0{,}48 & 1{,}38 & 2{,}34 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3-0{,}48F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & -0{,}06 & -0{,}06 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 5 \\ y + 3z = 5 \\ -0{,}06z = -0{,}06 \end{cases}$$

$$z = \frac{-0{,}06}{-0{,}06} = 1\ ;\ y + 3 = 5 \rightarrow y = 2\ ; x + 2 + 1 = 5 \rightarrow x = 2$$

Solución: Se han comprado 2 cajas de 250 g. , 2 cajas de 500 g. y 1 caja de 1 kg

21. Una empresa cinematográfica dispone de tres salas A, B y C. Los precios de entrada a cada una de estas salas son 1, 2 y 3 €, respectivamente. Un día la recaudación conjunta de las tres salas fue de 425 € y el número total de espectadores que acudieron fue de 200. Si los espectadores de la sala A hubiesen asistido a la sala B y los de la sala B a la sala A, se obtendrá una recaudación de 400 €.
Calcúlese el número de espectadores que acudió a cada sala.

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = n^{\underline{o}}\ de\ espectadores\ en\ la\ sala\ A \\ y = n^{\underline{o}}\ de\ espectadores\ en\ la\ sala\ B \\ z = n^{\underline{o}}\ de\ espectadores\ en\ la\ sala\ C \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 200 \\ x + 2y + 3z = 425 \\ y + 2x + 3z = 400 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 200 \\ x + 2y + 3z = 425 \\ 2x + y + 3z = 400 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 1 & 2 & 3 & 425 \\ 2 & 1 & 3 & 400 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-2F_1]{F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & 1 & 2 & 225 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 200 \\ 0 & 1 & 2 & 225 \\ 0 & 0 & 3 & 225 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 200 \\ y + 2z = 225 \\ 3z = 225 \end{cases}$$

$$z = \frac{225}{3} = 75\ ;\ y + 2 \cdot 75 = 225 \rightarrow y = 225 - 150 \rightarrow y = 75\ ; x + 75 + 75 = 200 \rightarrow x = 50$$

Solución: A la sala A acudieron 50 espectadores, a la sala B acudieron 75 espectadores y a la C, 75 espectadores

22. En la tienda "El As de Oros" se pueden comprar los artículos A, B y C por un total de 6.01 €. También por 6.01 € se pueden comprar los artículos A, B y C en la tienda "El As de Copas", si bien en esta tienda los artículos A y B son un 10% más caros que en la tienda "El As de Oros", en tanto que el artículo C es un 10% más barato en "El As de Copas" que en "El As de Oros".

(a) ¿Cuál es el precio del artículo C en "El As de Oros"?
(b) ¿Cuánto cuesta comprar los artículos A y B en "El As de Copas"?

23. Compramos 2 productos que cuestan 22 000 €. A la semana siguiente hacemos la misma compra y, como el primer artículo está rebajado un 10% y el segundo un 20% respecto de la semana anterior, sólo nos cuesta 18 600 €. ¿Cuánto nos costará el mismo material si en una nueva ocasión los precios están rebajados un 10% y un 20% respectivamente, en relación a los precios de la segunda semana?

24. Tres personas A, B y C, le van a hacer un regalo a un amigo común. El regalo les cuesta 240€. Como no todos disponen del mismo dinero, deciden pagar de la siguiente manera: A paga el triple de lo que pagan B y C juntos, y por cada 0.12 € que paga B, C paga 0.18 €. Plantea un sistema que permita determinar cuánto paga cada persona y resuelve el problema.

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = aportación\ de\ A \\ y = aportación\ de\ B \\ z = aportación\ de\ C \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 240 \\ x = 3(y + z) \\ 0{,}12z = 0{,}18y\ \left(viene\ de \dfrac{0{,}12}{0{,}18} = \dfrac{y}{z}\right) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 240 \\ x - 3y - 3z = 0 \\ 3y - 2z = 0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 240 \\ 1 & -3 & -3 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 240 \\ 0 & -4 & -4 & -240 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2/-4} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 240 \\ 0 & 1 & 1 & 60 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3-3F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 240 \\ 0 & 1 & 1 & 60 \\ 0 & 0 & -5 & -180 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 240 \\ y + z = 60 \\ -5z = -180 \end{cases}$$

$$z = \frac{-180}{-5} = 36\ ;\ y + 36 = 60 \rightarrow y = 60 - 36 \rightarrow y = 24\ ; x + 24 + 36 = 240 \rightarrow x = 180$$

Solución: La persona A aportó 180 €, la persona B aportó 24 € y la persona C aportó 36 €

25. Un grupo de 5 amigos piden dos cafés y 3 helados en una cafetería, por lo que el camarero les cobra 5.75 €. Llegan otros 4 que piden 3 cafés y un helado por lo que pagan 4.25 €. Posteriormente llega otro grupo de los que uno pide un café y los demás piden 1 helado y pagan 6 €. ¿Cuál es el precio del café y del helado? ¿Cuántos amigos se juntan en la cafetería?

26. Nuestro proveedor de pilas nos cobra por una pequeña, dos medianas y una grande, 1.83 €. En otra ocasión, por dos pequeñas, tres medianas y dos grandes, 3.03 €.

(a) ¿Cuánto nos cuestan 5 pequeñas, 9 medianas y 5 grandes?
(b) ¿Cuál es el precio de una pila mediana?
(c) ¿Cuánto vale una pequeña más una grande?
(d) Si añadimos la condición de que una grande vale el doble de una pequeña, ¿cuál es el precio de cada uno de los tipos de pilas?

27. Para un determinado partido de fútbol se ponen a la venta 3 tipos de localidades: Fondo, General y Tribuna. Se sabe que la relación entre los precios de las localidades de Tribuna y General es 19/18 y entre General y Fondo es 6/5. Si al comprar tres localidades, una de cada clase, se pagan en total 104 €, ¿cuál es el precio de cada localidad?

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = precio\ de\ una\ localidad\ de\ Fondo \\ y = precio\ de\ una\ localidad\ de\ General \\ z = precio\ de\ una\ localidad\ de\ Tribuna \end{array} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=104 \\ \dfrac{z}{y}=\dfrac{19}{18} \\ \dfrac{y}{x}=\dfrac{6}{5} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=104 \\ 19y-18z=0 \\ 6x-5y=0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 104 \\ 0 & 19 & -18 & 0 \\ 6 & -5 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2-6F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 104 \\ 0 & 19 & -18 & 0 \\ 0 & -11 & -6 & -624 \end{array}\right) \xrightarrow{11F_2+19F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 104 \\ 0 & 19 & -18 & 0 \\ 0 & 0 & -312 & -11856 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x+y+z=104 \\ 19y-18z=0 \\ -312z=-11856 \end{cases}$$

$$z=\frac{-11856}{-312}=38\ ;\ 19y-18\cdot 38=0 \rightarrow y=\frac{18\cdot 38}{19} \rightarrow y=36\ ; x+36+38=104 \rightarrow x=30$$

Solución: El precio de una localidad de Fondo es de 30€, el de una de General es de 36 € y el de una de Tribuna, 38€

28. Un grupo de personas se reúne para ir de excursión, juntándose un total de 20 entre hombres, mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntos, su número resulta ser el triple del número de niños. Además, si hubiera acudido una mujer más, su número igualaría al de hombres.

(a) Plantear un sistema de ecuaciones y averiguar cuántos hombres, mujeres y niños han ido de excursión.
(b) Resolver el problema.

Planteamiento:

$$\begin{array}{r} x = n^{o}\ de\ hombres \\ y = n^{o}\ de\ mujeres \\ z = n^{o}\ de\ niños \end{array} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=20 \\ x+y=3z \\ y+1=x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=20 \\ x+y-3z=0 \\ x-y=1 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 20 \\ 1 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_1]{F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & -4 & -20 \\ 0 & -2 & -1 & -19 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 \leftrightarrow F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 20 \\ 0 & -2 & -1 & -19 \\ 0 & 0 & -4 & -20 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x+y+z=20 \\ -2y-z=-19 \\ -4z=-20 \end{cases}$$

$$z=\frac{-20}{-4}=5\ ;\ -2y-5=-19 \rightarrow y=\frac{-19+5}{-2} \rightarrow y=\frac{-14}{-2}=7\ ;\ x+7+5=20 \rightarrow x=8$$

Solución: Han ido a la excursión 8 hombres, 7 mujeres y 5 niños

29. Cierto estudiante obtuvo, en un control que constaba de 3 preguntas, una calificación de 8 puntos. En la segunda pregunta sacó dos puntos más que en la primera y 1 punto menos que en la tercera.

(a) Plantea un sistema de ecuaciones para determinar la puntuación obtenida en cada una de las preguntas.
(b) Resuelve el sistema.

Planteamiento:

$$\begin{array}{l} x = nota\ de\ la\ pregunta\ 1 \\ y = nota\ de\ la\ pregunta\ 2 \\ z = nota\ de\ la\ pregunta\ 3 \end{array} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=8 \\ y=x+2 \\ y=z-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=8 \\ x-y=-2 \\ y-z=-1 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 8 \\ 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 8 \\ 0 & -2 & -1 & -10 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right) \xrightarrow{2F_3+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 8 \\ 0 & -2 & -1 & -10 \\ 0 & 0 & -3 & -12 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x+y+z=8 \\ -2y-z=-10 \\ -3z=-12 \end{cases}$$

$$z=\frac{-12}{-3}=4\ ;\ -2y-4=-10 \rightarrow y=\frac{-10+4}{-2} \rightarrow y=\frac{-6}{-2}=3\ ;\ x+3+4=8 \rightarrow x=1$$

Solución: En la 1ª pregunta ha obtenido 1 punto , en la 2ª pregunta ha obtenido 3 puntos y en la 3ª, 4 puntos.

30. Un ama de casa adquirió en el mercado ciertas cantidades de patatas, manzanas y naranjas a un precio de 1, 1.2 y 1.5 €/Kg, respectivamente. El importe total de la compra fueron 11.60 €. El peso total de la misma es de 9 Kg y, además compró 1 Kg más de naranjas que de manzanas.

(a) Plantea un sistema de ecuaciones para determinar la cantidad comprada de cada producto.
(b) Resuelve el problema.

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = kg\ de\ patatas \\ y = kg\ de\ manzanas \\ z = kg\ de\ naranjas \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 9 \\ x + 1{,}2y + 1{,}5z = 11{,}60 \\ z = y + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 9 \\ x + 1{,}2y + 1{,}5z = 11{,}60 \\ -y + z = 1 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 1 & 1{,}2 & 1{,}5 & 11{,}60 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 - F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}5 & 2{,}60 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3 + 5F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}5 & 2{,}60 \\ 0 & 0 & 3{,}5 & 14 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 9 \\ 0{,}2y + 0{,}5z = 2{,}60 \\ 3{,}5z = 14 \end{cases}$$

$$z = \frac{14}{3{,}5} = 4\ ;\ 0{,}2y + 0{,}5 \cdot 4 = 2{,}60 \rightarrow y = \frac{2{,}60 - 2}{0{,}2} \rightarrow y = \frac{0{,}60}{0{,}20} = 3\ ;\ x + 3 + 4 = 9 \rightarrow x = 2$$

Solución: Se han comprado 2 kg de patatas, 3 kg de manzanas y 4 kg de naranjas

31. En una confitería envasan los bombones en cajas de 250 gr, 500 gr y 1kg. Cierto día se envasaron 60 cajas en total, habiendo 5 cajas más de tamaño pequeño (250 gr) que de tamaño mediano (500 gr). Sabiendo que el precio del kg de bombones es de 40 € y que el importe total de los bombones envasados asciende a 1250 €:

(a) Plantea un sistema para determinar cuántas cajas se han envasado de cada tipo.

(b) Resuelve el problema.

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = n^{\underline{o}}\ de\ cajas\ de\ 250\ g \\ y = n^{\underline{o}}\ de\ cajas\ de\ 500\ g \\ z = n^{\underline{o}}\ de\ cajas\ de\ 1000\ g \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 60 \\ x = y + 5 \\ 0{,}25x + 0{,}5y + z = \dfrac{1250}{40} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 60 \\ x - y = 5 \\ x + 2y + 4z = 125\ \ (\cdot 4)\ \ la\ ec.anterior \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60 \\ 1 & -1 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 125 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3 - F_1]{F_2 - F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60 \\ 0 & -2 & -1 & -55 \\ 0 & 1 & 3 & 65 \end{array}\right) \xrightarrow{2F_3 + F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 60 \\ 0 & -2 & -1 & -55 \\ 0 & 0 & 5 & 75 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 60 \\ -2y - z = -55 \\ 5z = 75 \end{cases}$$

$$z = \frac{75}{5} = 15\ ;\ -2y - 15 = -55 \rightarrow y = \frac{-55 + 15}{-2} \rightarrow y = \frac{-40}{-2} = 20\ ;\ x + 20 + 15 = 60 \rightarrow x = 25$$

Solución: Se han envasado 25 cajas de 250g, 20 cajas de 500 g y 15 cajas de 1000g.

32. Si la altura de Carlitos aumentase el triple de la diferencia entre las alturas de Toni y de Juan, Carlitos sería igual de alto que Juan. Las alturas de los tres suman 515 centímetros. Ocho veces la altura de Toni es lo mismo que nueve veces la de Carlitos. Hallar la altura de los tres.

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = altura\ de\ Carlitos \\ y = altura\ de\ Toni \\ z = altura\ de\ Juan \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + 3(y - z) = z \\ x + y + z = 515 \\ 8y = 9x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 3y - 4z = 0 \\ x + y + z = 515 \\ 9x - 8y = 0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 515 \\ 9 & -8 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3 - 9F_1]{F_2 - F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -4 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 515 \\ 0 & -35 & 36 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{2F_3 - 35F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -4 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 515 \\ 0 & 0 & -103 & -18025 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + 3y - 4z = 0 \\ -2y + 5z = 515 \\ -103z = -18025 \end{cases}$$

$$z = \frac{-18025}{-13} = 175\ ;\ -2y + 5 \cdot 175 = 515 \rightarrow y = \frac{-360}{-2} = 180\ ;\ x + 3 \cdot 180 - 4 \cdot 175 = 0 \rightarrow x = 160$$

Solución: Carlitos mide 160 cm, Toni mide 180 cm y Juan mide 175 cm.

33. Un ama de casa adquirió en el mercado ciertas cantidades de patatas, manzanas y naranjas a un precio de 0.60 €, 0.72 € y 0.90 €/kg, respectivamente. El importe total de la compra fueron 6.96 €. El peso total de la misma es de 9 kg y, además compró 1 kg más de naranjas que de manzanas.

(a) Plantea un sistema de ecuaciones para determinar la cantidad comprada de cada producto.

(b) Resuelve el problema.

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = kg\ de\ patatas \\ y = kg\ de\ manzanas \\ z = kg\ de\ naranjas \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 9 \\ 0{,}6x + 0{,}72y + 0{,}9z = 6{,}96 \\ z = y + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 9 \\ 0{,}6x + 0{,}72y + 0{,}9z = 6{,}96 \\ -y + z = 1 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0{,}6 & 0{,}72 & 0{,}9 & 6{,}96 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 - 0{,}6F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & 0{,}12 & 0{,}3 & 1{,}56 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{0{,}12F_3 + F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & 0{,}12 & 0{,}3 & 1{,}56 \\ 0 & 0 & 0{,}42 & 1{,}68 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 9 \\ 0{,}12y + 0{,}3z = 1{,}56 \\ 0{,}42z = 1{,}68 \end{cases}$$

$$z = \frac{1{,}68}{0{,}42} = 4\ ;\ 0{,}12y + 0{,}3 \cdot 4 = 1{,}56 \rightarrow y = \frac{1{,}56 - 1{,}2}{0{,}12} \rightarrow y = \frac{0{,}36}{0{,}12} = 3\ ;\ x + 3 + 4 = 9 \rightarrow x = 2$$

Solución: Se han comprado 2 kg de patatas, 3 kg de manzanas y 4 kg de naranjas

34. Una tribu de indios utilizan conchas como monedas. Sabemos que para conseguir 3 espejos, 2 arcos y 4 flechas tenemos que aportar 34 conchas; 4 espejos, 2 arcos y 1 flecha son 32 conchas y que 3 espejos, 5 arcos y 2 flechas han costado 51 conchas.

(a) Plantea un sistema de ecuaciones para calcular el número de conchas que hay que dar por cada espejo, por cada arco y por cada flecha?

(b) Analiza y comenta los resultados.

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = n^{\underline{o}}\ de\ conchas\ por\ espejo \\ y = n^{\underline{o}}\ de\ conchas\ por\ arco \\ z = n^{\underline{o}}\ de\ conchas\ por\ flecha \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} 3x+2y+4z=34 \\ 4x+2y+z=32 \\ 3x+5y+2z=51 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 4 & 34 \\ 4 & 2 & 1 & 32 \\ 3 & 5 & 2 & 51 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_1]{3F_2-4F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 4 & 34 \\ 0 & -2 & -13 & -40 \\ 0 & 3 & -2 & 17 \end{array}\right) \xrightarrow{2F_3+3F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 4 & 34 \\ 0 & -2 & -13 & -40 \\ 0 & 0 & -43 & -86 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} 3x+2y+4z=34 \\ -2y-13z=-40 \\ -43z=-86 \end{cases}$$

$$z=\frac{-86}{-43}=2\ ;\ -2y-13\cdot 2=-40 \rightarrow y=\frac{-40+26}{-2} \rightarrow y=\frac{-14}{-2}=7\ ;\ 3x+2\cdot 7+4\cdot 2=34 \rightarrow x=4$$

Solución: Cada espejo vale 4 conchas, cada arco vale 7 conchas y cada flecha vale 2 conchas

35. Una tribu de indios utilizan conchas como monedas. Sabemos que para conseguir 3 espejos, 2 arcos y 4 flechas tenemos que aportar 43 conchas; 4 espejos, 2 arcos y 1 flecha son 36 conchas y que 3 espejos, 5 arcos y 2 flechas han costado 53 conchas.

(a) Plantea un sistema de ecuaciones para calcular el número de conchas que hay que dar por cada espejo, por cada arco y por cada flecha?

(b) Analiza y comenta los resultados.

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = n^{\underline{o}}\ de\ conchas\ por\ espejo \\ y = n^{\underline{o}}\ de\ conchas\ por\ arco \\ z = n^{\underline{o}}\ de\ conchas\ por\ flecha \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} 3x+2y+4z=43 \\ 4x+2y+z=36 \\ 3x+5y+2z=53 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 4 & 43 \\ 4 & 2 & 1 & 36 \\ 3 & 5 & 2 & 53 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_1]{3F_2-4F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 4 & 43 \\ 0 & -2 & -13 & -64 \\ 0 & 3 & -2 & 10 \end{array}\right) \xrightarrow{2F_3+3F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 4 & 43 \\ 0 & -2 & -13 & -64 \\ 0 & 0 & -43 & -172 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} 3x+2y+4z=43 \\ -2y-13z=-64 \\ -43z=-172 \end{cases}$$

$$z=\frac{-172}{-43}=4\ ;\ -2y-13\cdot 4=-40 \rightarrow y=\frac{-64+52}{-2} \rightarrow y=\frac{-12}{-2}=6\ ;\ 3x+2\cdot 6+4\cdot 4=43 \rightarrow x=5$$

Solución: Cada espejo vale 5 conchas, cada arco vale 6 conchas y cada flecha vale 4 conchas

36. Comprar dos refrescos, un bocadillo y dos dulces, nos cuesta 14 euros. Si compramos siete refrescos, tres bocadillos y cuatro dulces, el importe es de 17 euros.

(a) Determina el precio de un bocadillo y de un refresco en función del precio de un dulce.

(b) Halla lo que nos cobrarán si adquirimos tres refrescos, dos bocadillos y seis dulces.

37. Un grupo de 30 alumnos de 2º de Bachillerato realiza una votación a fin de determinar el destino de la excursión de fin de curso, entre los siguientes lugares: Baleares, Canarias y París. El número de los que prefieren Baleares triplica al número de los que prefieren París. El 40 % de los que prefiere Canarias coincide con la quinta parte de la suma de los que prefieren los otros dos lugares. Halla el número de votos que obtuvo cada destino.

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = n^{\underline{o}}\ de\ alumnos\ que\ prefieren\ Baleares \\ y = n^{\underline{o}}\ de\ alumnos\ que\ prefieren\ Canarias \\ z = n^{\underline{o}}\ de\ alumnos\ que\ prefieren\ Paris \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=30 \\ x=3z \\ 0{,}4y=\frac{1}{5}(x+z) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=30 \\ x-3z=0 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 1 & 0 & -3 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_1]{F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & -1 & -4 & -30 \\ 0 & -3 & 0 & -30 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x+y+z=30 \\ -y-4z=-30 \\ -3y=-30 \end{cases}$$

$$y=\frac{-30}{-3}=10\ ;\ -10-4z=-30 \rightarrow z=\frac{-30+10}{-4} \rightarrow z=\frac{-20}{-4}=5\ ;\ x+10+5=30 \rightarrow x=15$$

Solución: 15 alumnos prefieren ir a Baleares, 10 prefieren ir a Canarias y 5 prefieren ir a Paris

38. Cinco amigos suelen tomar café juntos. El primer día tomaron 2 cafés, 2 cortados y un café con leche y debieron pagar 3 euros. Al día siguiente tomaron un café, un cortado y tres cafés con leche, por lo que pagaron 3.25 euros. El tercer día, solo acudieron cuatro de ellos y tomaron un café, dos cortados y un café con leche, ascendiendo la cuenta a 2.45 euros. Calcula de forma razonada el precio del café, del cortado y del café con leche.

39. Joan, Marc y Pere van a una papelería y compran cuadernos pequeños, medianos y grandes según la siguiente tabla:

	Joan	Marc	Pere
Nº de cuadernos pequeños	1	1	1
Nº de cuadernos medianos	3	4	3
Nº de cuadernos grandes	3	3	4

Si Joan, Marc y Pere han gastado en total en cuadernos 13, 14.75 y 15.25 euros, respectivamente, calcula el precio de un cuaderno pequeño, el de uno mediano y el de uno grande.

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = precio\ de\ un\ cuaderno\ pequeño \\ y = precio\ de\ un\ cuaderno\ mediano \\ z = precio\ de\ un\ cuaderno\ grande \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + 3y + 3z = 13 \\ x + 4y + 3z = 14{,}75 \\ x + 3y + 4z = 15{,}25 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 3 & 13 \\ 1 & 4 & 3 & 14{,}75 \\ 1 & 3 & 4 & 15{,}25 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_1]{F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 3 & 13 \\ 0 & 1 & 0 & 1{,}75 \\ 0 & 0 & 1 & 2{,}25 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + 3y + 3z = 13 \\ y = 1{,}75 \\ z = 2{,}25 \end{cases}$$

$z = 2{,}25\ ;\ y = 1{,}75\ ;\ x + 3 \cdot 1{,}75 + 3 \cdot 2{,}25 = 13 \rightarrow x = 13 - 6{,}75 - 5{,}25 \rightarrow x = 1$

Solución: El precio de un cuadrerno pequeño es de 1€, el de uno mediano es de 1,75€ y el de uno grande es de 2,25€.

40. Durante una hora, una agencia de viajes vende un total de 30 billetes de avión con destino a las islas de La Palma, Gran Canaria y Lanzarote. Sabiendo que los billetes para Gran Canaria representan el doble de los emitidos para las otras dos islas, y que los correspondientes a Lanzarote son la mitad de los emitidos para La Palma más cuatro:

(a) Plantea el correspondiente sistema de ecuaciones.

(b) Determina el número de billetes para cada una de las tres islas.

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = billetes\ emitidos\ a\ La\ Palma \\ y = billetes\ emitidos\ a\ Gran\ Canaria \\ z = billetes\ emitidos\ a\ Lanzarote \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 30 \\ y = 2(x + z) \\ z = \dfrac{x}{2} + 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 30 \\ 2x - y - 2z = 0 \\ x - 2z = -8 \end{cases} \rightarrow$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & -8 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_1]{F_2-2F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & -3 & 0 & -60 \\ 0 & -1 & -3 & -38 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 30 \\ -3y = -60 \\ -y - 3z = -38 \end{cases}$$

$y = \dfrac{-60}{-3} = 20\ ;\ -20 - 3z = -38 \rightarrow z = \dfrac{-38 + 20}{-3} = \dfrac{-18}{-3} = 6\ ;\ x + 20 + 6 = 30 \rightarrow x = 4$

Solución: Se han emitido 4 billetes a La Palma, 20 billetes a Gran Canaria y 6 billetes a Lanzarote.

41. En un estudio de mercado, se eligen tres productos, A, B y C, y cuatro tiendas. En la primera, por una unidad de cada producto cobran, en total, 4,25 euros. En la segunda, 2 unidades de A y 3 de C valen 8,25 euros más que una unidad de B. En la tercera, una unidad de A y 2 de C valen 4 euros más que 2 unidades de B y, en la cuarta, una unidad de B vale 1,25 euros menos que una de C. ¿Tienen A, B y C el mismo precio en las cuatro tiendas o no? Si la respuesta es no, justifique por qué, y si la respuesta es sí, diga cuál es ese precio.

42. En la fabricación de cierta marca de chocolate se emplea leche, cacao y almendras, siendo la proporción de leche doble que la de cacao y almendras juntas. Los precios por cada kilogramo de los ingredientes son: leche 0,8 euros; cacao, 4 euros: almendras, 14 euros. En un día se fabrican 9000 kilos de ese chocolate, con un coste total de 25800 euros. ¿Cuántos kilos se utilizan de cada ingrediente?

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = kg\ de\ leche \\ y = kg\ de\ cacao \\ z = kg\ de\ almendras \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 9000 \\ 0{,}8x + 4y + 14z = 25800 \\ x = 2(y + z) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 9000 \\ 0{,}8x + 4y + 14z = 25800 \\ x - 2y - 2z = 0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9000 \\ 0{,}8 & 4 & 14 & 25800 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-F_1]{F_2-0{,}8F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9000 \\ 0 & 3{,}2 & 13{,}2 & 18600 \\ 0 & -3 & -3 & -9000 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3/3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9000 \\ 0 & 3{,}2 & 13{,}2 & 18600 \\ 0 & -1 & -1 & -3000 \end{array}\right) \xrightarrow{3{,}2F_3+F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 9000 \\ 0 & 3{,}2 & 13{,}2 & 18600 \\ 0 & 0 & 10 & 9000 \end{array}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x + y + z = 9000 \\ 3{,}2y + 13{,}2z = 18600 \\ 10z = 9000 \end{cases} \rightarrow$$

$z = \dfrac{9000}{10} = 900\ ;\ 3{,}2y + 13{,}2 \cdot 900 = 18600 \rightarrow y = \dfrac{6720}{3{,}2} = 2100\ ;\ x + 2100 + 900 = 9000 \rightarrow x = 6000$

Solución: Se han utilizado 6000 kg de leche, 2100 kg de cacao y 900 kg de almendras.

43. Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 150 € por 24 litros de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 litros de aceite de oliva. Plantea y resuelva el sistema de ecuaciones para calcular el precio unitario de cada artículo, sabiendo que un litro de aceite cuesta el triple que un litro de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 litros de aceite y 3 litros de leche juntos.

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = precio\ de\ 1\ l\ de\ leche \\ y = precio\ de\ 1\ kg\ de\ jamón \\ z = precio\ de\ 1\ l\ de\ aceite \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} 24x + 6y + 12z = 150 \\ z = 3x \\ y = 3x + 4z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x + y + 2z = 25 & (dividiendo\ por\ 6) \\ 3x - z = 0 \\ 3x - y + 4z = 0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 & 25 \end{array}\right) \xrightarrow[3F_3-4F_1]{F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 0 \\ 0 & 7 & -10 & 75 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3-7F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 25 & 75 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} 3x - y + 4z = 0 \\ y - 5z = 0 \\ 25z = 75 \end{cases} \rightarrow$$

$$z = \frac{75}{25} = 3\ ;\ y - 5\cdot 3 = 0 \rightarrow y = 15\ ;\ 3x - 15 + 4\cdot 3 = 0 \rightarrow x = 1$$

Solución: El precio de 1 litro de leche es de 1€ , el de 1kg de jamón 15€ y el de 1 litro de aceite de oliva 3€

44. En un determinado pueblo se representan 3 espectáculos que llamaremos E1, E2 y E3, respectivamente, cada uno con un precio diferente. Calcula el precio de cada espectáculo sabiendo lo siguiente: Si asistiéramos 2 veces a E1, una vez a E2 y también una a E3, nos costaría 34 €. Si asistiéramos 3 veces a E1 y una a E2, nos costaría 46.5 €. En el caso de asistir una vez a cada uno de los espectáculos nos costaría 21.5 €.

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = precio\ de\ una\ entrada\ al\ espectáculo\ E1 \\ y = precio\ de\ una\ entrada\ al\ espectáculo\ E2 \\ z = precio\ de\ una\ entrada\ al\ espectáculo\ E3 \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} 2x + y + z = 34 \\ 3x + y = 46{,}5 \\ x + y + z = 21{,}5 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 21{,}5 \\ 2 & 1 & 1 & 34 \\ 3 & 1 & 0 & 46{,}5 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-3F_1]{F_2-2F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 21{,}5 \\ 0 & -1 & -1 & -9 \\ 0 & -2 & -3 & -18 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3-2F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 21{,}5 \\ 0 & -1 & -1 & -9 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 21{,}5 \\ -y - z = -9 \\ -z = 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$z = 0\ ;\ -y - 0 = -9 \rightarrow y = 9\ ;\ x + 9 + 0 = 21{,}5 \rightarrow x = 12{,}5$$

Solución: El precio del espectáculo E1 es 12,5€ , el de E2 es de 9€, y el de E3 es gratuito!!!!

45. Un tren transporta 500 viajeros y la recaudación del importe de sus billetes asciende a 2115 €. calcular de forma razonada cuántos viajeros han pagado el importe total del billete, que vale 9 €, cuántos han pagado el 20% del billete y cuántos el 50%, sabiendo que el número de viajeros que han pagado el 20% es el doble del nº de viajeros que han pagado el importe total del billete.

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = nº\ de\ viajeros\ que\ pagan\ 9€ \\ y = nº\ de\ viajeros\ que\ pagan\ 1{,}8€\ (20\%\ del\ billete) \\ z = nº\ de\ viajeros\ que\ pagan\ 4{,}5€\ (50\%\ del\ billete) \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 500 \\ 9x + 1{,}8y + 4{,}5z = 2115 \\ y = 2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 500 \\ 9x + 1{,}8y + 4{,}5z = 2115 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 500 \\ 9 & 1{,}8 & 4{,}5 & 2115 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-2F_1]{F_2-9F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 500 \\ 0 & -7{,}2 & -4{,}5 & -2385 \\ 0 & -3 & -2 & -1000 \end{array}\right) \xrightarrow{7{,}2F_3-3F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 500 \\ 0 & -7{,}2 & -4{,}5 & -2385 \\ 0 & 0 & 0{,}9 & 45 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 500 \\ -7{,}2y - 4{,}5z = -2385 \\ 0{,}9z = 45 \end{cases}$$

$$z = \frac{45}{0{,}9} = 50\ ;\ -7{,}2y - 4{,}5\cdot 50 = -2385 \rightarrow y = \frac{-2160}{-7{,}2} = 300\ ;\ x + 300 + 50 = 500 \rightarrow x = 150$$

Solución: El nº de viajeros que pagan 9€ es 150, los que pagan el 20% son 300 y los que pagan el 50% son 50.

46. Un ama de casa adquirió en el mercado ciertas cantidades de patatas, manzanas y naranjas a un precio de 1, 2 y 3 €/kg, respectivamente. El importe total de la compra fueron 60 €. El peso total de la misma es de 9 Kg Determinar la cantidad comprada de cada uno de los productos en función de la cantidad de patatas.

47. En una empresa trabajan 160 personas y todas ellas deben hacerse un reconocimiento médico en el plazo de tres días. El primer día se lo hace la tercera parte de los que se lo hacen durante los otros dos días. El segundo día y el tercero se lo hacen el mismo número de personas. Se pide:

(a) Plantear un sistema de ecuaciones lineales que permita calcular el número de trabajadores que hacen el reconocimiento cada día.

(b) Resolver el sistema de ecuaciones lineales propuesto en el apartado anterior y comenta los resultados obtenidos.

Planteamiento:

$$\begin{matrix} x = nº\ de\ trabajadores\ el\ 1^{er}\ día \\ y = nº\ de\ trabajadores\ el\ 2^{o}\ día \\ z = nº\ de\ trabajadores\ el\ 3^{er}\ día \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 160 \\ x = \frac{1}{3}(y + z) \\ y = z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 160 \\ 3x - y - z = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 1 & 1 & 160\\ 3 & -1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1 & 0\end{array}\right)\xrightarrow{F_2-3F_1}\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 1 & 1 & 160\\ 0 & -4 & -4 & -480\\ 0 & 1 & -1 & 0\end{array}\right)\xrightarrow{4F_3+F_2}\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 1 & 1 & 160\\ 0 & -4 & -4 & -480\\ 0 & 0 & -8 & -480\end{array}\right)\rightarrow\begin{cases}x+y+z=160\\ -4y-4z=-480\rightarrow y+z=120\\ -8z=-480\end{cases}$$

$$z=\frac{-480}{-8}=60\ ;\ y+60=120\rightarrow y=60;\ x+60+60=160\rightarrow x=40$$

Solución: El nº de trabajadores que pasaron la revisión el 1er día fue de 40, el 2º día fue de 60 y el 3º fue de 60.

48. En una competición deportiva celebrada en un IES participaron **50** atletas distribuidos según la edad, en tres categorías: Infantiles, Cadetes y Juveniles. El doble del número de atletas infantiles, por una parte, excede en una unidad al número de atletas cadetes y, por otra parte, coincide con el quíntuplo del número de atletas juveniles. Determina el número de atletas que hubo en cada categoría.

Planteamiento:

$$\begin{array}{l}x=n^{\text{o}}\ de\ atletas\ infantiles\\ y=n^{\text{o}}\ de\ atletas\ cadetes\\ z=n^{\text{o}}\ de\ atletas\ juveniles\end{array}\rightarrow\begin{cases}x+y+z=50\\ 2x=y+1\\ 2x=5z\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x+y+z=50\\ 2x-y=1\\ 2x-5z=0\end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 1 & 1 & 50\\ 2 & -1 & 0 & 1\\ 2 & 0 & -5 & 0\end{array}\right)\xrightarrow[F_3-2F_1]{F_2-2F_1}\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 1 & 1 & 50\\ 0 & -3 & -2 & -99\\ 0 & -2 & -7 & -100\end{array}\right)\xrightarrow{3F_3-2F_2}\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 1 & 1 & 50\\ 0 & -3 & -2 & -99\\ 0 & 0 & -17 & -102\end{array}\right)\rightarrow\begin{cases}x+y+z=50\\ -3y-2z=-99\\ -17z=-102\end{cases}$$

$$z=\frac{-102}{-17}=6\ ;\ -3y-2\cdot 6=-99\rightarrow y=\frac{-99+12}{-3}=\frac{-87}{-3}=29\ ;\ x+39+6=50\rightarrow x=15$$

Solución: En la categoría infantil hubo 15 atletas, en la categoría cadete hubo 29 atletas y en la juvenil, 6 atletas.

49. Un aficionado a los pájaros tiene un total de 30, entre canarios, periquitos y jilgueros. Tiene el doble de jilgueros que de canarios:

(a) Con estos datos, ¿se puede saber el número de canarios que tiene?.
(b) Si, además, se sabe que tiene el triple de canarios que de periquitos, ¿cuántos pájaros de cada tipo tiene?

Planteamiento:

$$\begin{array}{l}x=n^{\text{o}}\ de\ canarios\\ y=n^{\text{o}}\ de\ periquitos\\ z=n^{\text{o}}\ de\ jilgueros\end{array}\rightarrow\begin{cases}x+y+z=30\\ z=2x\\ x=3y\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x+y+z=30\\ 2x-z=0\\ x-3y=0\end{cases}$$

Resolución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 1 & 1 & 30\\ 2 & 0 & -1 & 0\\ 1 & -3 & 0 & 0\end{array}\right)\xrightarrow[F_3-F_1]{F_2-2F_1}\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 1 & 1 & 30\\ 0 & -2 & -3 & -60\\ 0 & -4 & -1 & -30\end{array}\right)\xrightarrow{F_3-2F_2}\left(\begin{array}{ccc|c}1 & 1 & 1 & 30\\ 0 & -2 & -3 & -60\\ 0 & 0 & 5 & 90\end{array}\right)\rightarrow\begin{cases}x+y+z=30\\ -3y-3z=-60\\ 5z=90\end{cases}$$

$$z=\frac{90}{5}=18\ ;\ -2y-3\cdot 18=-60\rightarrow y=\frac{-60+54}{-2}=\frac{-6}{-2}=3\ ;\ x+3+18=30\rightarrow x=9$$

Solución: El aficionado tiene 9 canarios, 3 periquitos y 18 jilgueros

50. Un camión transporta bebida envasada en botellas y latas, y se quiere averiguar el número de cajas que transporta de cada tipo de envase. Cada caja de botellas pesa 20 kilos y el peso de cada caja de latas es 10. Se sabe además que el peso total de las cajas de botellas es 100 kilos mayor que el de las cajas de latas, y que hay 20 cajas de botellas menos que de latas. Plantea un sistema de ecuaciones para encontrar el número de cajas de cada tipo de envase.